



Curso introdutório de avaliação de imóveis por inferência estatística

Lutemberg de Araújo Florencio, Ph.D.

1

1. Apresentação

✓ **LUTEMBERG** de Araújo Florencio

- Técnico em Edificações (IFPE)
- Engenheiro Civil (POLI-UPE)
- Especialista em Avaliações e Perícias de Engenharia (FOC-SP / IPOG)
- Mestre em Estatística (UFPE)
- Doutor em Engenharia de Construção Civil (*Real Estate*) – (POLI-USP)
- Presidente da Sociedade Brasileira de Engenharia de Avaliações (SOBREA)
- Membro do Instituto Brasileiro de Avaliações e Perícias de Eng. de Pernambuco (IBAPE-PE)
- Professor (graduação, pós-graduação e cursos) em Eng. de Avaliações;
- Engenheiro Civil do Banco do Nordeste (BNB).



@prof.lutembergflorencio



(81) 98886-1406



lutembergflorencio@yahoo.com.br

2

Introdução à Engenharia de Avaliações



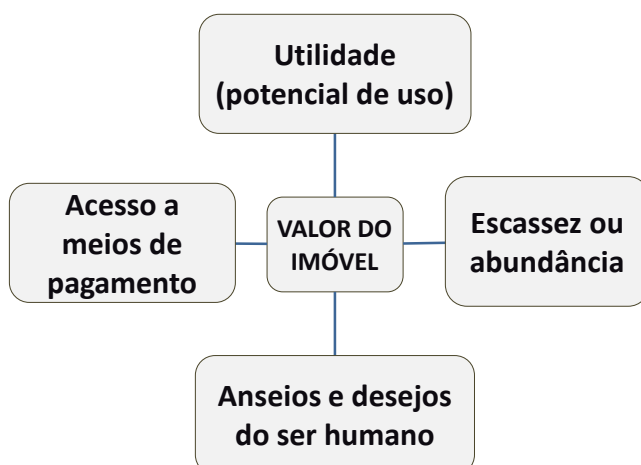
Prof. Dr. Lutemberg Florencio

3

3

❑ Introdução à avaliação de imóveis

✓ No **mercado imobiliário**, via de regra, o valor do imóvel decorre:

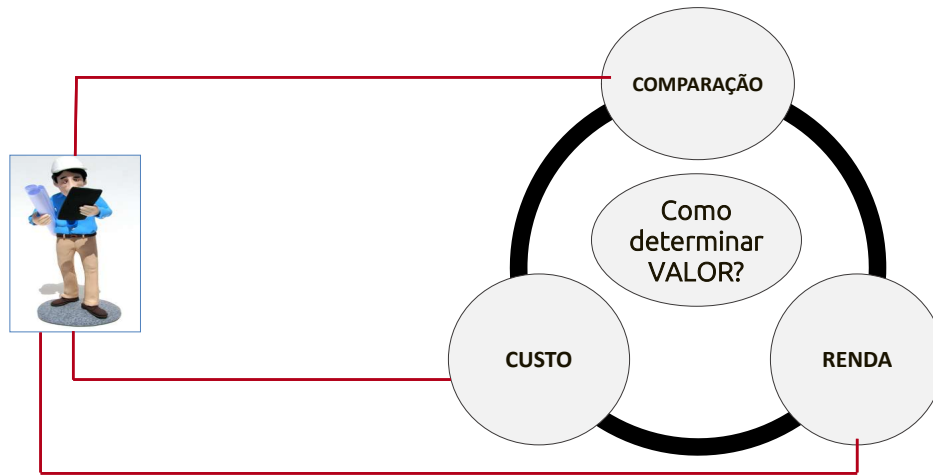


✓ A **complexa interação** entre estes fatores (vetores) é determinante para **geração de valor**.

4

❑ Introdução à avaliação de imóveis

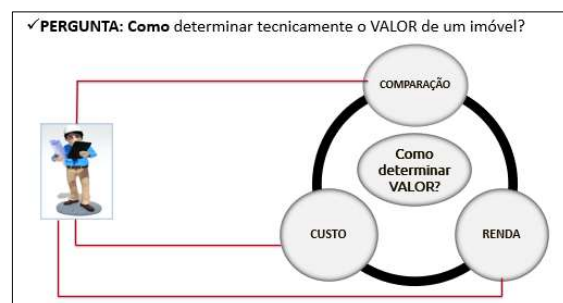
✓ **PERGUNTA:** Como determinar tecnicamente o VALOR de um imóvel?



5

❑ Introdução à avaliação de imóveis

✓ Tudo isto parece ser **muito complexo...**



✓ **PERGUNTA:** Como responder, **com segurança**, a esta complexidade?
Somente se utilizados os métodos e as técnicas da **Engenharia de Avaliações**.

6

❑ Introdução à avaliação de imóveis

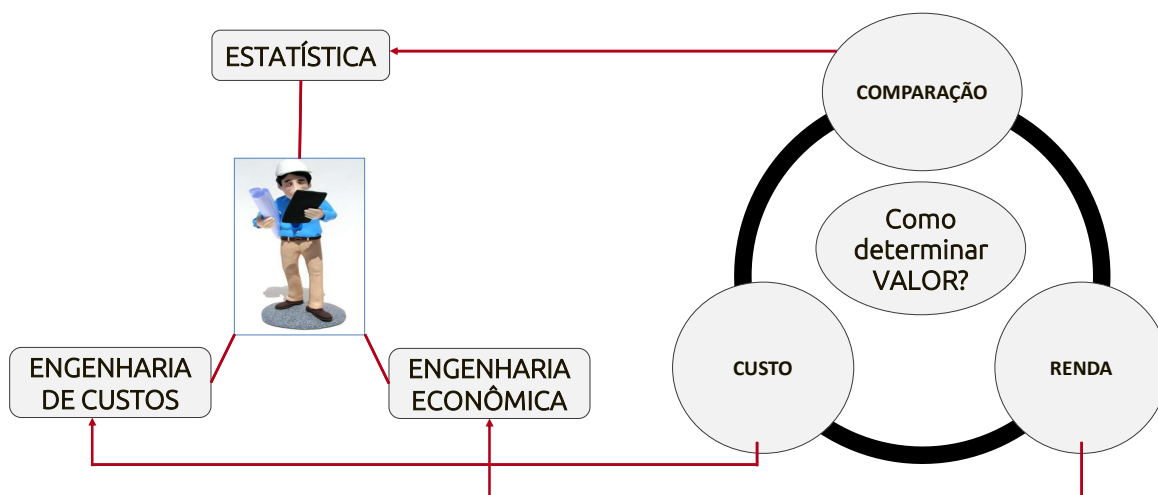
✓ Engenharia de Avaliações

Especialidade da Engenharia que reúne um conjunto amplo de conhecimentos na **área de Engenharia e Arquitetura [...]** com o objetivo de determinar **tecnicamente** o **valor** de um bem, de seus direitos, frutos e **custos de reprodução**, assim como identificar **indicadores da viabilidade** de sua utilização econômica, para uma determinada finalidade, situação e data (DANTAS, 2012).

✓ **PERGUNTA:** Além dos conhecimentos específicos na área de engenharia e arquitetura, **que outros conhecimentos são necessários?**

7

❑ Introdução à avaliação de imóveis



✓ **PERGUNTA:** De que forma esse conhecimento será empregado?

8

Introdução à Engenharia de Avaliações

✓ Determinando valor



ESTATÍSTICA

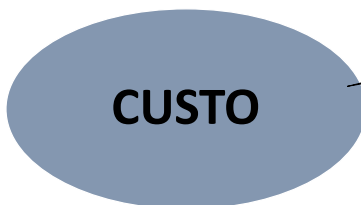
Baseia-se nos **princípios da semelhança e da substituição**: em uma mesma data, dois bens semelhantes, em mercados semelhantes, têm valores semelhantes.

O **valor** do bem (avaliando) é estimado a partir da comparação outros bens **assemelhados**.

9

Introdução à Engenharia de Avaliações

✓ Determinando valor



ENGENHARIA DE CUSTOS

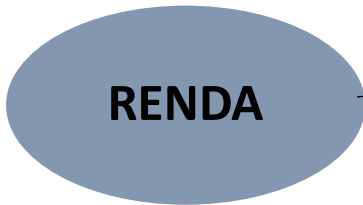
Em essência, encara o **custo** de um bem como fator primordial na formação de seu valor.

- O **valor** do bem (avaliando) é estimado a partir do seu **custo**, com base em orçamento analítico, sintético ou paramétrico, bem como mediante uso de modelos de regressão.

10

Introdução à Engenharia de Avaliações

✓ Determinando valor



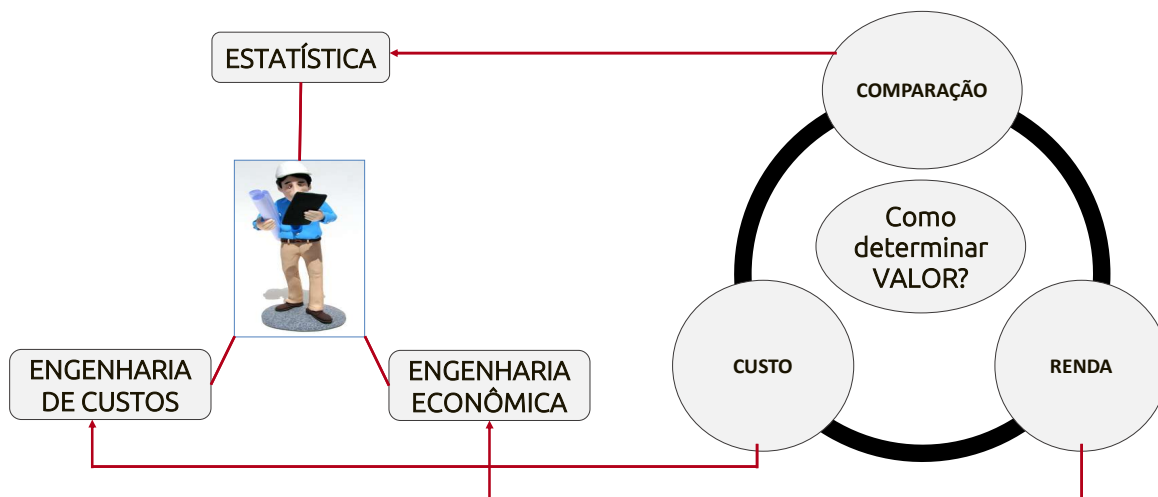
ENGENHARIA
ECONÔMICA

O valor deriva dos **benefícios** futuros (renda) produzidos por um determinado bem.

O **valor** do bem (avaliando) é estimado com base na capitalização presente da sua renda líquida prevista, considerando-se cenários viáveis.

11

❑ Introdução à avaliação de imóveis



✓ **PERGUNTA: Como deve ser realizada uma avaliação?**

12

❑ Introdução à avaliação de imóveis

✓ A ABNT sintetizou o tema de **Engenharia de Avaliações** em uma norma única (14653), subdividida em sete partes:

- NBR 14653-1:2019 Avaliação de Bens – Parte 1: Procedimentos Gerais
- NBR 14653-2:2011 – Avaliação de Bens – Parte 2: Imóveis Urbanos
- NBR 14653-3:2019 – Avaliação de Bens – Parte 3: Imóveis Rurais
- NBR 14653-4:2002 – Avaliação de Bens – Parte 4: Empreendimentos
- NBR 14653-5:2005 – Avaliação de máquinas, equipamentos, instalações e complexos industriais
- NBR 14653-6:2008 – Recursos naturais
- NBR 14653-7:2009 – Patrimônios históricos

✓ As normas da ABNT NBR 14653 **estabelecem as diretrizes (métodos e técnicas)** para a realização (elaboração) das avaliações de bens.



✓ A norma é [...] usada por representar o consenso sobre o **estado da arte** de determinado assunto, **obtido entre especialistas das partes interessadas**.

13

Introdução à Engenharia de Avaliações

✓ **NBR 14653-1:** desempenha o papel de **guia** e visa **consolidar os conceitos, métodos e procedimentos gerais** para os serviços técnicos de avaliação de bens.



✓ **NBR 14653-2:** especifica procedimentos e requisitos, bem como fornece diretrizes para a **avaliação de imóveis urbanos**.



✓ **NBR 14653-3:** especifica procedimentos e requisitos, bem como fornece diretrizes para a **avaliação de imóveis rurais**.



14

Introdução à Engenharia de Avaliações



Sumário	Página
Prefácio	v
0 Introdução	vii
0.1 Histórico	vii
0.2 Princípios gerais da avaliação de bens	viii
0.3 Abordagens de valor	viii
0.4 Mercado	ix
0.5 Considerações sobre o conceito de valor de mercado	x
0.6 Particularidades do mercado imobiliário	x
0.7 Avaliações complexas	xi
1 Escopo	1
2 Referências normativas	1
3 Termos, definições, símbolos e abreviaturas	2
3.1 Termos e definições	2
3.2 Símbolos e abreviaturas	8
4 Classificação dos bens, frutos e direitos	8
4.1 Classificação dos bens	8
4.2 Classificação dos frutos	9
4.3 Classificação dos direitos	9
5 Procedimentos de excelência	10
5.1 Quanto à capacitação profissional	10
5.2 Quanto ao sigilo	10
5.3 Quanto à propriedade intelectual	10
5.4 Quanto ao conflito de interesses	10
5.5 Quanto à independência na atuação profissional	10
5.6 Quanto à competição por preços	10
5.7 Quanto à difusão do conhecimento técnico	10
6 Atividades básicas	11
6.1 Requisição da documentação	11
6.2 Conhecimento da documentação	11
6.3 Visita do bem avaliado	11
6.4 Coleta de dados	12
6.4.1 Aspectos quantitativos	12
6.4.2 Aspectos qualitativos	12
6.4.3 Coleta de dados de mercado	12
6.5 Diagnóstico do mercado	12
6.6 Escolha da metodologia	12
6.7 Tratamento dos dados	12
6.8 Resultado da avaliação	13
6.8.1 Arredondamento	13
6.8.2 Intervalo de valores admissíveis	13
6.9 Pressupostos, ressalvas e condições limitantes	13

(ii) Nas normas da ABNT, atentar para as formas verbais:



- **DEVE:** é utilizada para indicar os requisitos a serem seguidos rigorosamente;
- **CONVÉM QUE, É RECOMENDÁVEL, É RECOMENDADO e RECOMENDA-SE:** são utilizadas para indicar que, entre várias possibilidades, uma é a mais apropriada, sem com isso excluir outras, ou que um certo modo de proceder é preferível, mas não necessariamente exigível.

15

Introdução à Engenharia de Avaliações NBR 14653-2 | Laudo completo

10 Apresentação do laudo de avaliação

10.1 Laudo de avaliação completo

O laudo de avaliação completo deve conter no mínimo os seguintes itens:

- identificação do solicitante;
- finalidade do laudo, quando informado pelo solicitante;
- objetivo da avaliação;
- pressupostos, ressalvas e fatores limitantes – atender ao disposto em 7.2 da ABNT NBR 14653-1:2001;
- identificação e caracterização do imóvel avaliado – atender ao disposto em 7.3 da ABNT NBR 14653-1:2001, no que couber;
- diagnóstico do mercado – relatar conforme 7.7.2 da ABNT NBR 14653-1:2001;
- indicação do(s) método(s) e procedimento(s) utilizado(s) – relatar conforme Seção 8 da ABNT NBR 14653-1:2001;
- especificação da avaliação – indicar a especificação atingida, com relação aos graus de fundamentação e precisão, conforme Seção 9. Quando solicitado pelo contratante, deve ser apresentado demonstrativo da pontuação atingida;
- planilha dos dados utilizados;
- no caso de utilização do método comparativo direto de dados de mercado, descrição das variáveis do modelo, com a definição do critério de enquadramento de cada uma das características dos elementos amostrais. A escala utilizada para definir as diferenças qualitativas deve ser especificada de modo a fundamentar o correto agrupamento dos dados de mercado;
- tratamento dos dados e identificação do resultado – Explicitar os cálculos efetuados, o campo de arbitrio, se for o caso, e justificativas para o resultado adotado. No caso de utilização do método comparativo direto de dados de mercado, deve ser apresentado o gráfico de preços observados versus valores estimados pelo modelo, conforme 8.2.1.4.1;
- resultado da avaliação e sua data de referência;
- qualificação legal completa e assinatura do(s) profissional(is) responsável(is) pela avaliação.

16

Introdução à Engenharia de Avaliações

- ❑ **PERGUNTA: Além da NBR 14653, alguma outra norma ou legislação você recomendaria para uso do profissional da Engenharia de Avaliações?**
 - Normas e regulamentos do CONFEA / CAU, leis municipais, estaduais e federais, principalmente aquelas que trazem restrições ao aproveitamento dos imóveis, como as relativas a cones de ruído dos aeroportos, lei de uso e ocupação do solo, código florestal etc.
- ✓ **PERGUNTA: Qual método utilizar para avaliar um imóvel?**

17

❑ Introdução à avaliação de imóveis

- ✓ **ABNT NBR 14653-1** [Avaliação de bens Parte 1: Procedimentos gerais]

(i) Métodos para identificar o valor de um bem, de seus frutos e direitos:

- Método comparativo direto de dados de mercado
- Método da capitalização da renda
- Método involutivo
- Método evolutivo

Qual método adotar?

(ii) Métodos para identificar o custo de um bem:

- Método da quantificação de custo
- Método comparativo direto de custo

18

Introdução à Engenharia de Avaliações

✓ De acordo com a NBR 14653-1: *"A metodologia escolhida deve ser compatível com a natureza do bem avaliando, o objetivo e a finalidade da avaliação e os dados de mercado disponíveis"*.



✓ De acordo com a NBR 14653-1: *"Para a identificação do valor de mercado, sempre que possível, preferir o método comparativo direto de dados de mercado."*

19

Introdução à Engenharia de Avaliações



- ✓ Atribuição de valor
- ✓ Mercado imobiliário e vetores de geração de valor
- ✓ Engenharia de avaliações (conceito)
- ✓ Normas técnicas (NBR 14653)
- ✓ Enfoques (abordagens) conceituais para avaliação de imóveis
- ✓ Métodos para avaliação de imóveis (NBR 14653)
- ✓ Escolha da metodologia

20

Conceitos básicos



Prof. Dr. Lutemberg Florencio

21

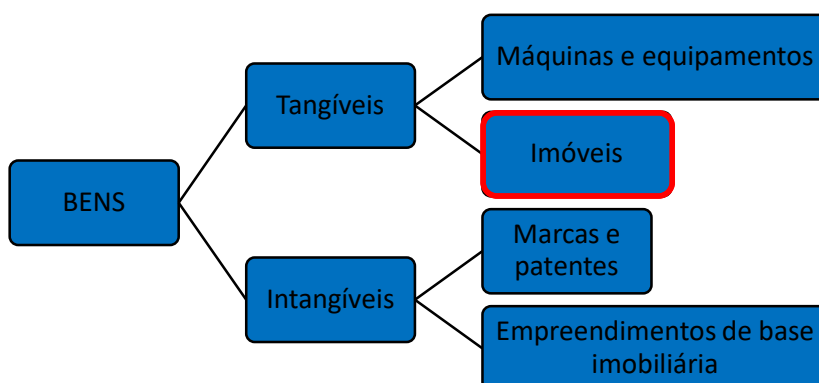
21

Conceitos Básicos

Classificação dos bens

✓ O que é um bem?

De acordo com a NBR 14653-1, item 3.1.7: *bem é coisa que tem valor, suscetível de utilização ou que pode ser objeto de direito, que integra um patrimônio.*



22

Introdução à Engenharia de Avaliações

❑ **PERGUNTA:** se Eng. civil / Arquiteto avalia imóvel urbano e Eng. Agrônomo avalia imóvel rural; o que caracteriza um imóvel urbano e um imóvel rural?

✓ O que é um **imóvel urbano**?

NBR 14653-2: “*imóvel situado dentro do perímetro urbano definido em lei*”.

O seu proprietário é contribuinte do Imposto Predial e Territorial Urbano (IPTU).

Código tributário nacional (CTN): [...] entende-se como zona urbana a definida em lei municipal; observado o requisito mínimo da existência de melhoramentos indicados em pelo menos 2 (dois) dos incisos seguintes, construídos ou mantidos pelo Poder Público:

I - meio-fio ou calçamento, com canalização de águas pluviais;

II - abastecimento de água;

III - sistema de esgotos sanitários;

IV - rede de iluminação pública, com ou sem posteameto para distribuição domiciliar;

V - escola primária ou posto de saúde a uma distância máxima de 3 (três) quilômetros do imóvel considerado.

23

Introdução à Engenharia de Avaliações

❑ **PERGUNTA:** se Eng. civil / Arquiteto avalia imóvel urbano e Eng. Agrônomo avalia imóvel rural; o que caracteriza um imóvel urbano e um imóvel rural?

✓ O que é um **imóvel rural**?

NBR 14653-3: “*imóvel rústico de área contínua, **qualquer que seja sua localização**, que se destine à exploração agrícola, pecuária, extrativa vegetal, florestal, agroindustrial ou aqueles destinados à proteção e preservação ambiental*”.

O seu proprietário é contribuinte do Imposto Sobre a Propriedade Territorial Rural (ITR) e detentor do Certificado de Cadastro de Imóvel Rural (CCIR), emitido pelo INCRA.

24

Introdução à Engenharia de Avaliações

- ❑ **PERGUNTA 01:** se o documento cartorário registra que o imóvel avaliando é RURAL, mas o mesmo se encontra dentro do perímetro urbano, quem avalia?
- ❑ **PERGUNTA 02:** se o documento cartorário registra que o imóvel avaliando é URBANO, mas não existe nenhum equipamento de infraestrutura em seu entorno. Quem avalia?

25

Introdução à Engenharia de Avaliações

Diferença entre custo, preço, valor e valor de mercado

✓ **Preço**, NBR 14653-1:

O preço é uma expressão monetária que define uma transação de um bem, de seu fruto, de um direito, ou da expectativa de sua transação.

✓ **Custo**, NBR 14653-1:

total dos gastos diretos e indiretos necessários à produção, manutenção ou aquisição de um bem, em uma determinada data e situação.

✓ **Valor** : Não há definição na norma para **valor**.

O valor de um bem decorre: **(i) de sua utilidade** (potencial de uso), **(ii) da sua escassez**, **(iii) dos anseios e desejos** do ser humano e **(iv) acesso a meios de pagamento**.

> A NBR 14653 cita diversos valores que podem ser atribuídos a um bem: **valor em risco**, **valor patrimonial**, **valor de liquidação forçada**, entre outros. Contudo, o principal deles, e que geralmente se pretende estimar é o **valor de mercado**.

26

Introdução à Engenharia de Avaliações

Diferença entre custo, preço, valor e valor de mercado

✓ Valor de mercado:

NBR 14653-1 (2017), item 3.1.47: *Quantia mais provável pela qual se negociaria voluntariamente e conscientemente um bem, numa data de referência, dentro das condições do mercado vigente.*

> Na prática, estima-se o **valor de mercado** a partir da **média*** dos **preços** praticados por compradores e vendedores bem informados de bens similares.

27

Conceitos Básicos



- ✓ Bem
- ✓ Classificação dos bens
 - Bens tangíveis e intangíveis
 - Imóveis urbanos e rurais
- ✓ Diferença entre preço, custo e valor

28



29

29

Método comparativo direto de dados de mercado (introdução)



Prof. Dr. Lutemberg Florencio

30

30

Introdução à Engenharia de Avaliações

Método comparativo direto de dados de mercado (MCDDM)

✓ **Def. intuitiva:** é aquele em que o **valor de mercado** do bem é estimado a partir da comparação com dados de mercado assemelhados quanto às **características intrínsecas e extrínsecas**.

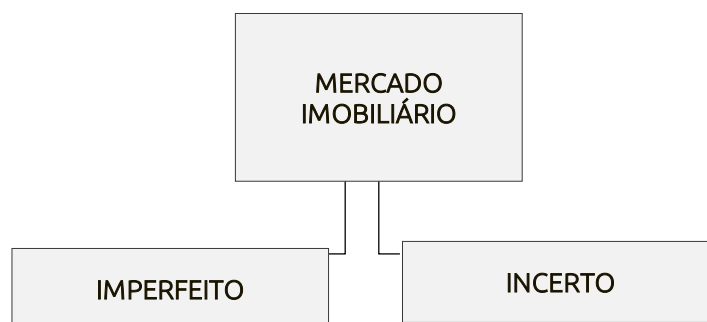
Na prática, estima-se o **valor de mercado** a partir da **média*** dos **preços** praticados por compradores e vendedores bem informados de bens similares.

✓ **PERGUNTA:** Seria esta “média” a **média aritmética** dos preços?

31

❑ Introdução à avaliação de imóveis

Método comparativo direto de dados de mercado: o 1º PROBLEMA



32

❑ Introdução à avaliação de imóveis

Método comparativo direto de dados de mercado: o 1º PROBLEMA

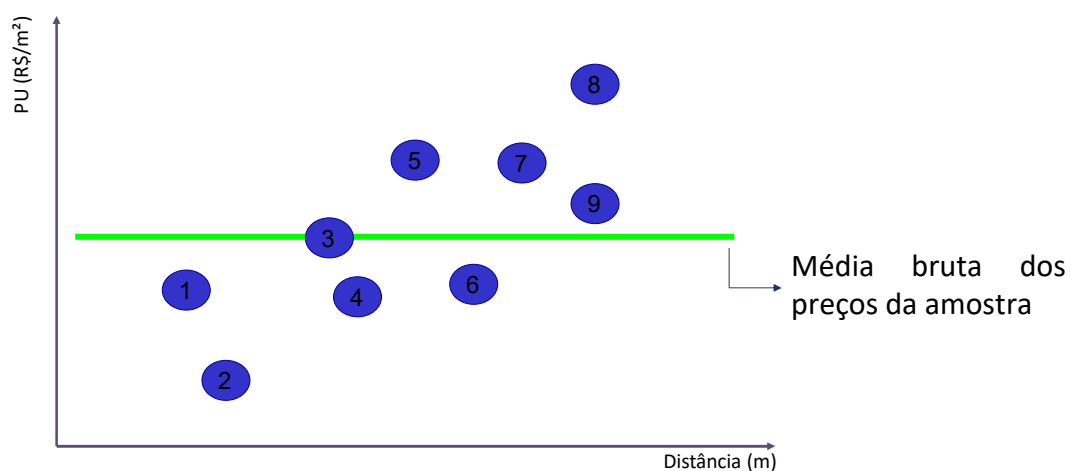
✓ **Ou seja:** o avaliador geralmente se depara com uma amostra constituída por elementos pesquisados com **características heterogêneas** entre si e em relação ao bem avaliando.

CONCLUSÃO: O uso da média aritmética é **INADEQUADO**.

33

❑ Introdução à avaliação de imóveis

Método comparativo direto de dados de mercado: o 1º PROBLEMA



34

Introdução à Engenharia de Avaliações

Método comparativo direto de dados de mercado

✓ **Definição normativa (NBR 14653-1):** *Identifica o valor de mercado do bem por meio do **tratamento técnico dos atributos dos elementos comparáveis**, constituintes da amostra.*

✓ Ou seja: o **valor de um bem** depende dos seus atributos (**características OU variáveis**).

DESAFIO:

(I) **Como** promover o tratamento técnico dos atributos dos dados **em busca de uma média* representativa** frente ao mercado estudado?

35

❑ Introdução à avaliação de imóveis

Método comparativo direto de dados de mercado: o 1º PROBLEMA e a SOLUÇÃO

✓ **SOLUÇÃO:** Promovendo o **TRATAMENTO DOS DADOS**

NBR 14653-1

3.1.44

tratamento de dados

aplicação de **operações** que expressem, em termos relativos, as diferenças de atributos entre os dados de mercado e os do bem avaliando

36

❑ Introdução à avaliação de imóveis

Método comparativo direto de dados de mercado: o 1º PROBLEMA e a SOLUÇÃO

✓ De acordo com a NBR 14653-2/3, no **tratamento dos dados** podem ser utilizados, alternativamente e em função da qualidade e da quantidade de dados e informações disponíveis:

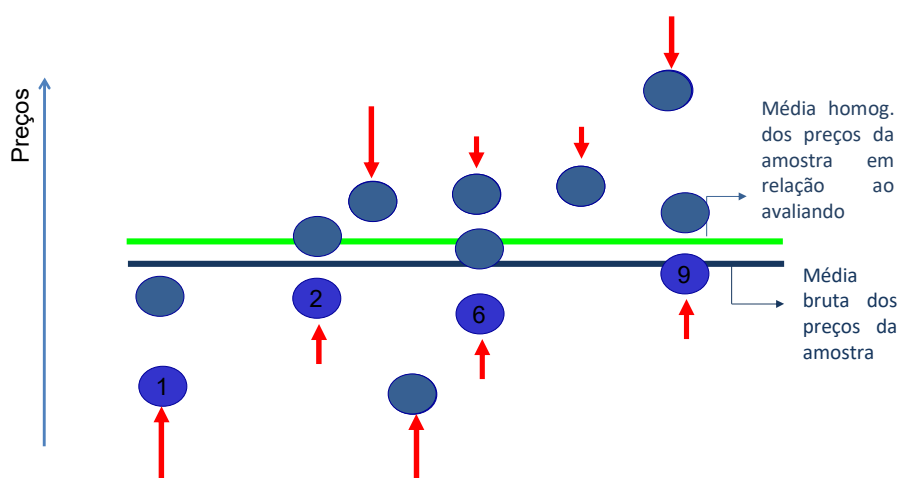
- **Tratamento por fatores:** homogeneização por fatores e critérios, fundamentados por estudos conforme 8.2.1.4.2 [7.7.2.1], e posterior análise estatística dos resultados homogeneizados.
- **Tratamento científico:** tratamento de evidências empíricas pelo uso de metodologia científica que leve à indução de modelo validado para o comportamento do mercado.

37

Introdução à Engenharia de Avaliações

Método comparativo direto de dados de mercado - tratamento por fatores

✓ A heterogeneidade dos dados é tratada via **fatores de homogeneização**.



38

Introdução à Engenharia de Avaliações

Método comparativo direto de dados de mercado - tratamento por fatores

✓ Para o fator topografia, usualmente se recorria a tabela do Eng. Guilherme Dei Vegni-Neri:

Fator topografia	
TOPOGRAFIA	FATOR
Plano	1,00
Caído para os fundos	
Até 5%	0,9
de 5% a 10%	0,80
Acima de 10%	0,70
Em aclave	
Suave	0,90
Acentuado	0,70

• Dantas (1998) alerta que os fatores determinísticos oriundos de ponderações arbitrárias e de consagrações empíricas foram adotados por muito tempo [...] Era até tolerável que estas verdades fossem aceitas, mesmo sabendo da imprecisão que causavam nos trabalhos avaliatórios. Era o que se tinha de melhor [...] Atualmente, com a facilidade encontrada para o tratamento de dados de mercado através de sistemas apropriados, com base na estatística inferencial, **não é prudente o uso indiscriminado destes fatores.**

ATENÇÃO: A homogeneização por fatores ainda está prevista na NBR 14653-2/3, porém com algumas ressalvas.

39

Introdução à Engenharia de Avaliações

Método comparativo direto de dados de mercado - tratamento por fatores

✓ NBR 14653-2

8.2.1.4.2 Tratamento por fatores

O tratamento por fatores é aplicável a uma amostra composta por dados de mercado com as características mais próximas possíveis do imóvel avaliando.

Os fatores devem ser calculados por metodologia científica, como citado em 8.2.1.4.3, justificados do ponto de vista teórico e prático, com a inclusão de validação, quando pertinente. Devem caracterizar claramente sua validade temporal e abrangência regional e ser revisados no prazo máximo de quatro anos ou em prazo inferior, sempre que for necessário. Podem ser:

- calculados e divulgados, juntamente com os estudos que lhes deram origem, pelas entidades técnicas regionais reconhecidas, conceituadas em 3.20, bem como por universidades ou entidades públicas com registro no sistema CONFEA/CREA, desde que os estudos sejam de autoria de profissionais de engenharia ou arquitetura;
- deduzidos ou referendados pelo próprio engenheiro de avaliações, com a utilização de metodologia científica, conforme 8.2.1.4.3, desde que a metodologia, a amostragem e os cálculos que lhes deram origem sejam anexados ao laudo de avaliação.

40

❑ Tratamento por fatores de homogeneização

7.7.2 Tratamento por fatores NBR 14653-3

7.7.2.1 Os fatores a serem utilizados devem ser compatíveis com a data de referência da avaliação e a região para a qual são aplicáveis. Devem ser, alternativamente e de acordo com o grau de fundamentação, oriundos de:

- estudos embasados em metodologia científica;
- publicações de entidades técnicas reconhecidas;
- publicações científicas;
- análise do profissional da engenharia de avaliações.

B.1.4 Os fatores de homogeneização devem apresentar, para cada tipologia, os seus critérios de apuração e respectivos campos de aplicação, bem como a abrangência regional e temporal.

B.1.4.1 Os fatores de homogeneização não podem ser utilizados fora de sua tipologia, campo de aplicação e abrangências regional e temporal.

41

❑ Introdução à avaliação de imóveis

Tratamento dos dados

✓ De acordo com a NBR 14653-2/3, no tratamento dos dados podem ser utilizados, alternativamente e em função da qualidade e da quantidade de dados e informações disponíveis:

- **Tratamento por fatores:** homogeneização por fatores e critérios, fundamentados por estudos conforme 8.2.1.4.2 [7.7.2.1], e posterior análise estatística dos resultados homogeneizados.

• **Tratamento científico:** tratamento de evidências empíricas pelo uso de metodologia científica que leve à indução de modelo validado para o comportamento do mercado. 2 1

PERGUNTA: O que vem a ser um **modelo**?

42

❑ Contextualização (nivelamento)

Método comparativo direto de dados de mercado

✓ **Modelo:** representação simplificada do comportamento da realidade do mercado imobiliário (analisado/estudado), **expressa a partir de uma equação matemática.**

PERGUNTA: Como seria esta “equação matemática”?

43

Introdução à Engenharia de Avaliações

Método comparativo direto de dados de mercado - Tratamento científico

✓ **Teoria dos preços hedônicos** [Lancaster & Rosen (1974)]:

O preço do bem pode ser decomposto nos preços de suas **k características**, representadas por $q = (q_1, q_2, \dots, q_k)$, por meio de uma função do tipo:

$$P(q) = P(q_1, q_2, \dots, q_k).$$

Locacionais, físicas e econômicas

DESAFIO:

(I) **Qual** a forma funcional? **Quais** características devem ser consideradas? **Como** obter esta equação (**modelo**)?



2º PROBLEMA
[MCDDM]

44

❑ Contextualização (nivelamento)

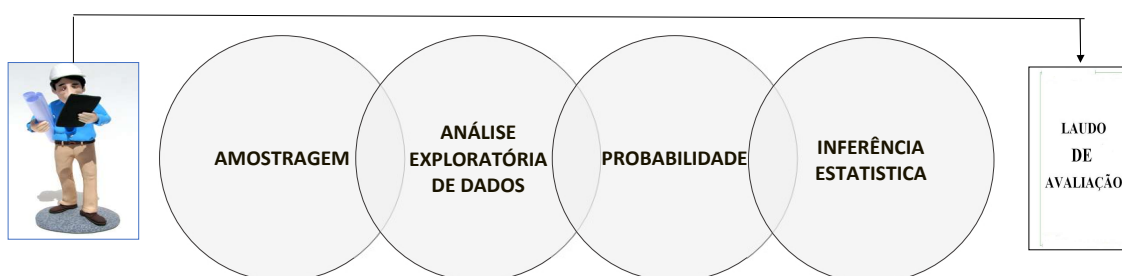
✓ A partir do uso de técnicas apropriadas da **ESTATÍSTICA**

PERGUNTA: Como a Estatística participa do processo de avaliação de imóveis na abordagem comparativa?

45

❑ Introdução à avaliação de imóveis

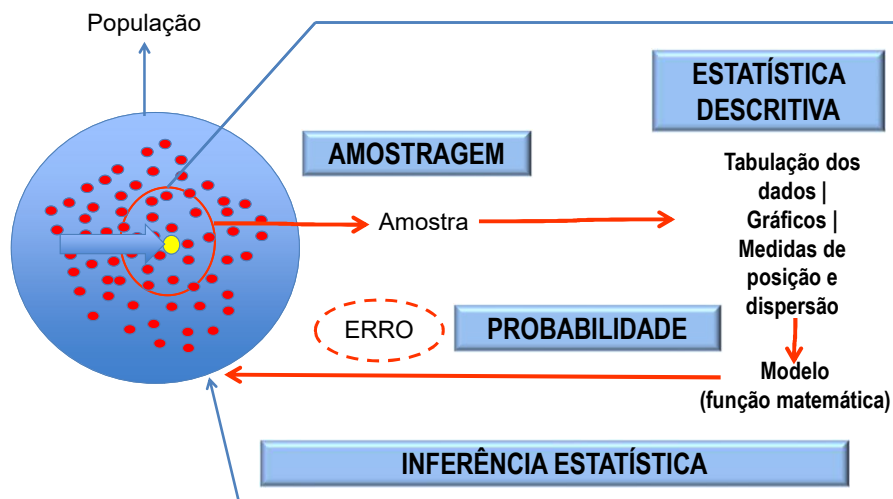
Tratamento dos dados: tratamento científico



46

Introdução à Engenharia de Avaliações

Método comparativo direto de dados de mercado - Técnicas apropriadas da Estatística



PERGUNTA: Qual ferramenta (técnica) estatística utilizar em busca de um **MODELO**?

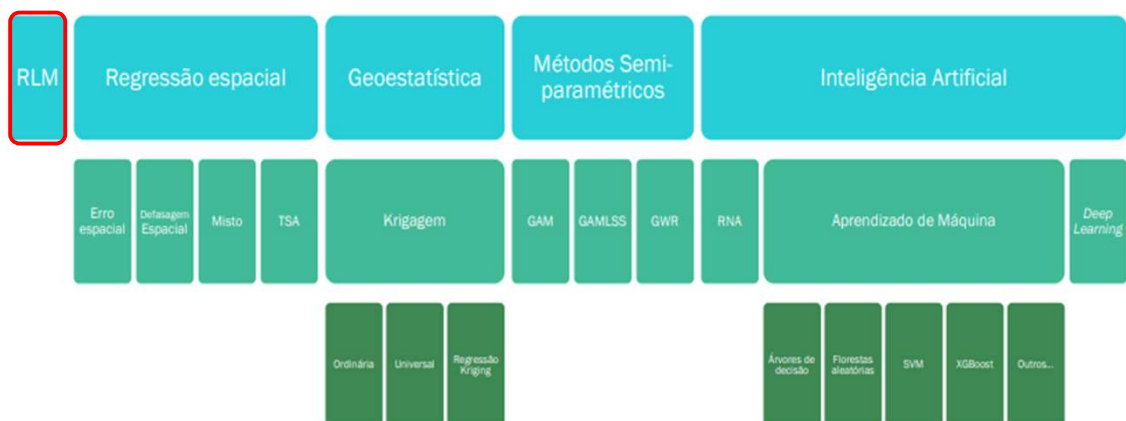
47

47

Introdução à avaliação de imóveis

Tratamento dos dados: tratamento científico

AVALIAÇÃO DE IMÓVEIS – Método comparativo



Fonte: MSc. Augusto Oliveira (apresentação R)

48

❑ Introdução à avaliação de imóveis

Tratamento dos dados: tratamento científico



Anexo A
(normativo)

Procedimentos para a utilização de modelos de regressão linear

49

Introdução à Engenharia de Avaliações

Método comparativo direto de dados de mercado - Técnicas apropriadas da Estatística

✓ Modelos de regressão linear múltipla, dado em sua forma geral por:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_p x_{ip} + \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

em que

- $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}$ são valores das variáveis explicativas, constantes conhecidas;
- $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ são parâmetros ou coeficientes da regressão;
- ϵ_i são erros aleatórios independentes.

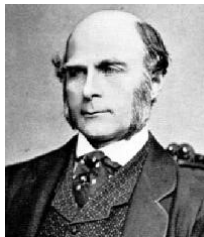
50

❑ Introdução à avaliação de imóveis

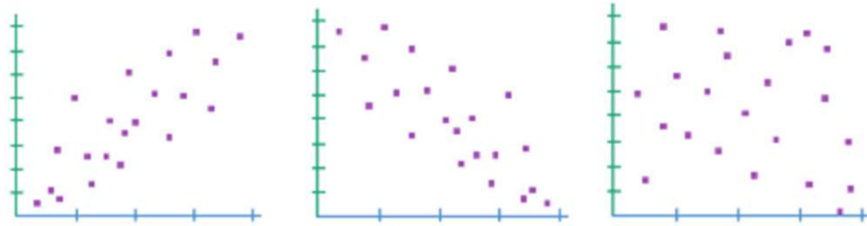
Tratamento dos dados: tratamento científico

✓ Modelo de regressão linear | Análise de regressão

A **análise de regressão** (ferramenta estatística) se ocupa do estudo da dependência entre duas ou mais variáveis, de tal forma que uma variável ($Y \rightarrow$ Variável dependente) possa ser explicada por outra ou outras ($X \rightarrow$ Variáveis independentes). O Objetivo central é **estimar o valor médio da variável dependente em termos dos valores conhecidos da(s) variável(is) independente(s)**.



Francis Galton

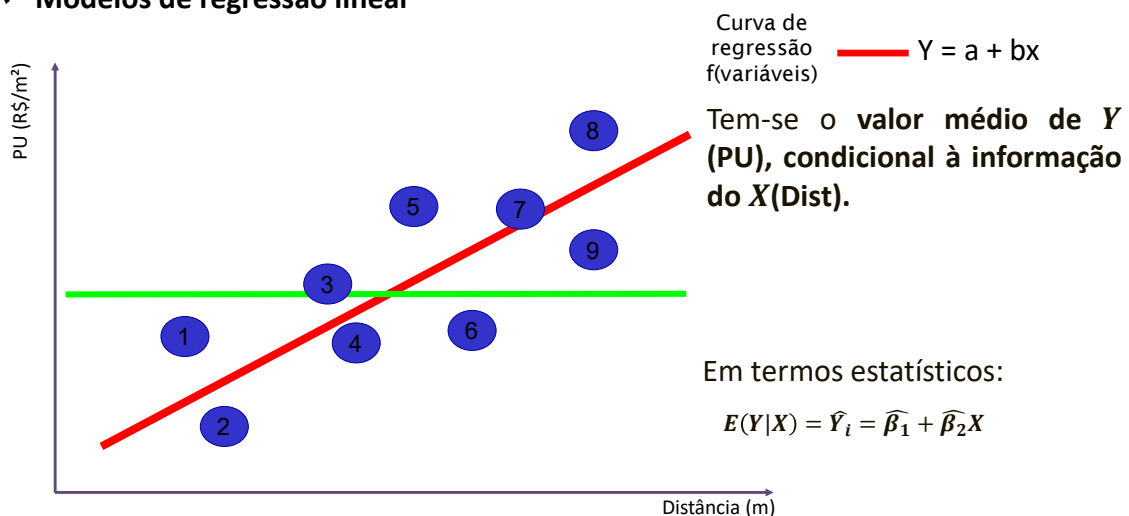


51

❑ Introdução à avaliação de imóveis

Tratamento dos dados: tratamento científico

✓ Modelos de regressão linear



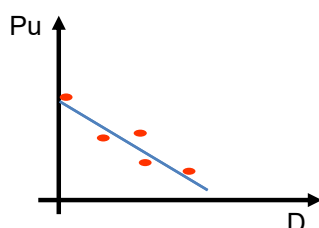
52

❑ Introdução à avaliação de imóveis

Tratamento dos dados: tratamento científico

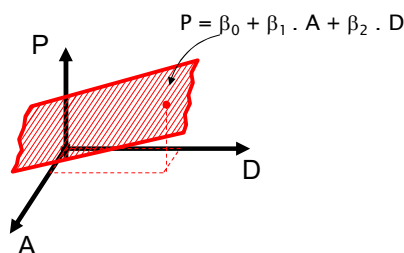
✓ **Modelos de regressão linear simples:**
Quando a variabilidade dos preços pode ser explicada por apenas **uma variável independente**

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_i$$



✓ **Modelos de regressão linear múltipla:**
Quando **mais de uma variável independente** é necessária para explicar a variabilidade dos preços.

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \dots + \hat{\beta}_k X_{ki}$$



53

❑ Introdução à avaliação de imóveis

Tratamento dos dados

✓ De acordo com a NBR 14653-2/3, no tratamento dos dados podem ser utilizados, alternativamente e em função da qualidade e da quantidade de dados e informações disponíveis:

- **Tratamento por fatores:** homogeneização por fatores e critérios, fundamentados por estudos conforme 8.2.1.4.2 [7.7.2.1], e posterior análise estatística dos resultados homogeneizados.

• **Tratamento científico:** tratamento de evidências empíricas pelo uso de **metodologia científica** que leve à indução de **modelo** validado para o comportamento do mercado. 2 1 ✓

PERGUNTA: O que se entende por metodologia científica?

54

Introdução à Engenharia de Avaliações

Método comparativo direto de dados de mercado - Tratamento científico

❖ Metodologia científica

Conjunto de abordagens, técnicas e processos utilizados pela ciência para formular e resolver problemas, de uma maneira **sistemática**. Pode-se resumir nas seguintes etapas (princípios científicos):

1. Observação do fenômeno
2. Preparação da pesquisa
3. Condução de experimentos
4. Processamento dos dados
5. Análise dos resultados
6. Redação do relatório de pesquisa

Princípio básico: garantir a reprodutibilidade e minimizar a influência da subjetividade do pesquisador.

55

❑ Introdução à avaliação de imóveis

Tratamento dos dados: tratamento científico

✓ De acordo com a NBR 14653-2/3, no tratamento dos dados podem ser utilizados, alternativamente e em função da qualidade e da quantidade de dados e informações disponíveis:

- **Tratamento por fatores:** homogeneização por fatores e critérios, fundamentados por estudos conforme 8.2.1.4.2 [7.7.2.1], e posterior análise estatística dos resultados homogeneizados.

- **Tratamento científico:** tratamento de evidências empíricas pelo uso de **metodologia científica** que leve à indução de **modelo** validado para o comportamento do mercado.

2 ✓

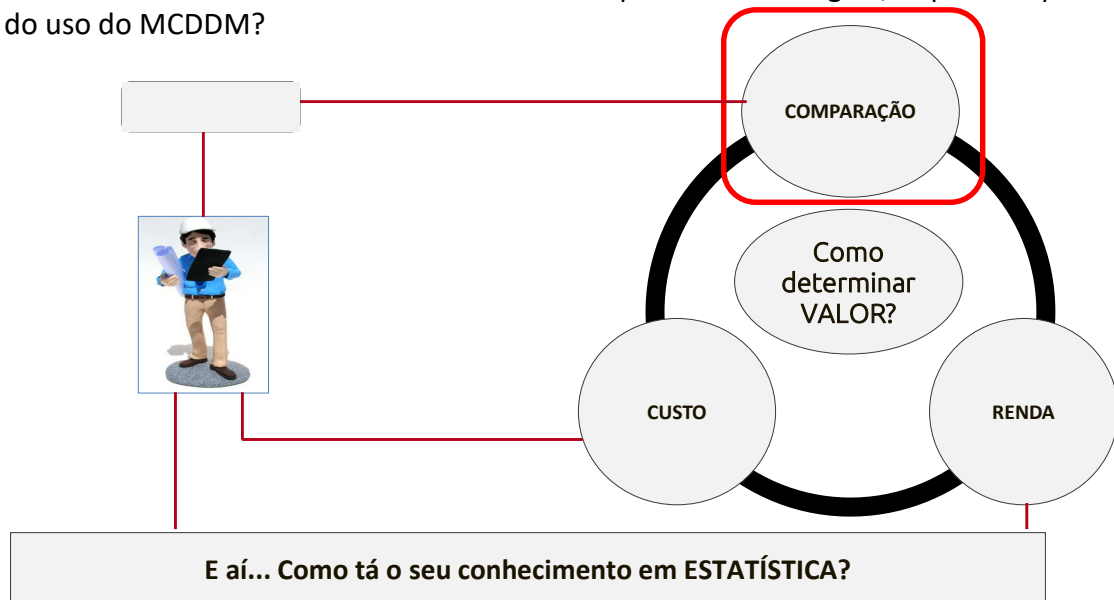
✓ 1

Uma PERGUNTA...:

56

❑ Introdução à avaliação de imóveis

- ✓ **PERGUNTA:** Qual área do conhecimento é especialmente exigida/requerida quando do uso do MCDDM?



57

❑ Estatística

1. Revisão de fundamentos da Estatística aplicados à avaliação de imóveis

- 1.1 Tópicos essenciais de AMOSTRAGEM
- 1.2 Tópicos essenciais de ESTATÍSTICA DESCRITIVA
- 1.3 Tópicos essenciais de PROBABILIDADE
- 1.4 Tópicos essenciais de INFERÊNCIA ESTATÍSTICA
- 1.5 Tópicos essenciais de MODELOS DE REGRESSÃO LINEAR

58



59

59

Estatística Fundamentos

▪ Estatística - Amostragem

✓ **Processo para obtenção de uma amostra**, suficiente e que possa ser **generalizada para a população**. A amostragem está sujeita a erros que podem afetar a precisão e a validade dos resultados obtidos. Esses erros são conhecidos coletivamente como **ERRO TOTAL**, que pode ser subdividido em **ERRO AMOSTRAL** e **ERRO NÃO AMOSTRAL**.



60

Estatística Fundamentos

▪ Estatística - Amostragem

- **Erro amostral:** corresponde à diferença entre a **estimativa** (obtida a partir de uma amostra) e o verdadeiro valor do **parâmetro populacional** que está sendo estimado. Esse erro ocorre porque estamos usando uma amostra para inferir (deduzir) sobre a população. É decorrente da variabilidade natural das unidades amostrais (é aleatório).

61

Estatística Fundamentos

▪ Conceitos básicos | Parâmetro e estatística

✓ **Parâmetro populacional:** medida numérica e fixa (usualmente desconhecida) que descreve uma característica da **população**. Tipicamente representado por uma letra grega.

✓ **Estatística:** medida numérica calculada a partir dos dados de uma **amostra** utilizada para estimar um parâmetros populacional desconhecido. Tipicamente representado por uma letra latina ou letras grega com circunflexo.

Parâmetro (População)

Valor médio	μ	• $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$
Desvio padrão	σ	

Estatística (Amostra)

Média	$\bar{x}$	• $s = \sqrt{s^2}$
Desvio padrão	s	

62

Estatística Fundamentos

▪ Estatística - Amostragem

• **Erro amostral:** corresponde à diferença entre a **estimativa** (obtida a partir de uma amostra) e o verdadeiro valor do **parâmetro populacional** que está sendo estimado. Esse erro ocorre porque estamos usando uma amostra para inferir (deduzir) sobre a população. É decorrente da variabilidade natural das unidades amostrais (é aleatório).

Exemplo: Imagine que você deseja estimar a **altura média dos alunos** de uma universidade. Você seleciona uma **amostra de 100 alunos** e calcula a altura média dessa amostra (**igual a 1,75 m**). No entanto, a **altura média real** de todos os alunos da universidade é **1,80 m**. A diferença de 0,05 m (1,80 - 1,75) é o **erro amostral**.

✓ Da **teoria estatística**, tem-se que a relação entre o **tamanho da amostra (n)** e o **tamanho da população (N)** influencia a precisão (**erro amostral**) das estimativas dos parâmetros populacionais.

63

Estatística Fundamentos

▪ Conceitos básicos | Estimador e estimativa

Estimador: um estimador é uma **fórmula** que descreve o modo de calcular a estimativa de determinado parâmetro. Como exemplo, podemos citar a fórmula que calcula a média aritmética ($\bar{X}$) e o desvio padrão (σ):

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}}$$

3.22

estimador

função baseada nos dados de uma amostra usada para estimar um parâmetro da população

✓ O estimador assume determinado valor (o resultado do cálculo), o qual denominamos de **estimativa**.

3.24

estimativa pontual

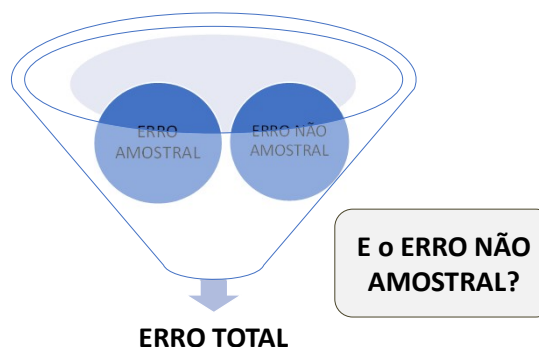
valor obtido para o estimador pontual

64

Estatística
Fundamentos

▪ **Estatística - Amostragem**

✓ **Processo para obtenção de uma amostra**, suficiente e que possa ser **generalizada para a população**. A amostragem está sujeita a erros que podem afetar a precisão e a validade dos resultados obtidos. Esses erros são conhecidos coletivamente como **ERRO TOTAL**, que pode ser subdividido em **ERRO AMOSTRAL** e **ERRO NÃO AMOSTRAL**.



65

Estatística
Fundamentos

▪ **Estatística - Amostragem**

- **O ERRO NÃO AMOSTRAL** refere-se a todos os outros tipos de erros que podem ocorrer no **processo de coleta, processamento e análise dos dados, que não estão relacionados ao fato de se estar utilizando uma amostra**. Esses erros podem ser causados por diversos fatores, como erros de medição, erros de resposta, erros de cobertura, erros de processamento, entre outros.

O **erro não amostral** requer atenção aos procedimentos de coleta e processamento de dados para ser minimizado.

66

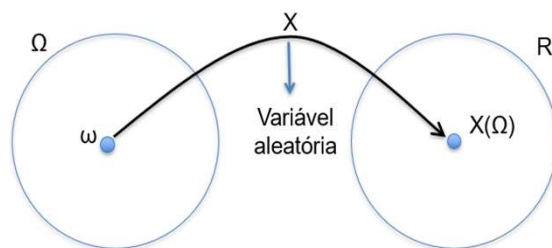
Estatística Fundamentos

▪ Estatística | Probabilidade | Distribuição de probabilidade

✓ **Uma distribuição de probabilidade** é uma função matemática que descreve a probabilidade de ocorrência de cada possível resultado (valor específico OU intervalo de valores) de uma **variável aleatória**.

❑ DEFINIÇÃO FORMAL

✓ Seja E um experimento aleatório e Ω o espaço amostral associado ao experimento. Uma **função** X , que associe a cada resultado $\omega \in \Omega$ um número real $X(\omega)$ é denominado **variável aleatória**.



67

Estatística Fundamentos

▪ Distribuição de probabilidade

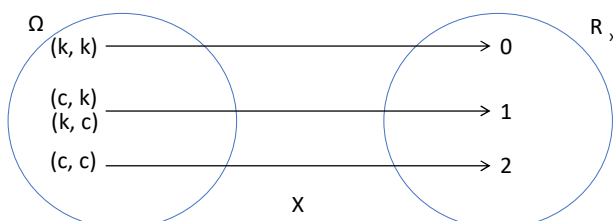
✓ **Exemplo intuitivo:** considere o lançamento de duas moedas:

Então:

E (experimento aleatório): lançamento de duas moedas;

$\Omega = \{(c, c), (c, k), (k, c), (k, k)\}$

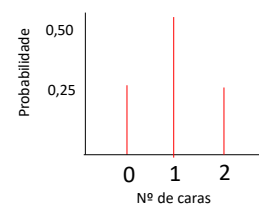
X (função): nº de caras obtidas nas duas moedas



✓ **Variável aleatória:** quantidade (numérica) que pode assumir diferentes valores em um **experimento aleatório**.

Distribuição de probabilidade

x	0	1	2
p(x)	0,25	0,5	0,25



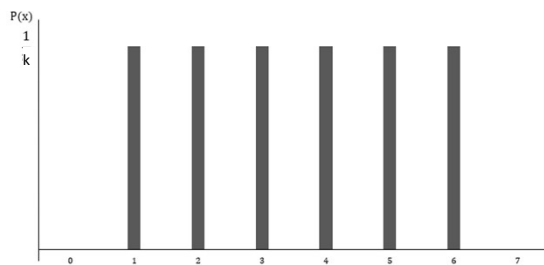
68

Estatística Fundamentos

▪ Distribuição de probabilidade

✓ As distribuições de probabilidade podem ser representadas de duas formas:

(i) Função de probabilidade (f.p): nesse caso, a variável aleatória X é **discreta**, e o valores possíveis de X (sua imagem) é finito ou infinito enumerável. Ex.: **distribuição uniforme discreta** ($X \sim U_d(k)$)



1) Fórmula

$P(X=x_i) = 1/6$, para $i=1,2,3,4,5,6$.

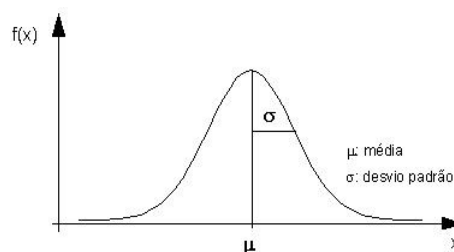
$$E(X) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i \rightarrow \frac{a+b}{2}$$

69

Estatística Fundamentos

▪ Distribuição de probabilidade

(ii) Função densidade de probabilidade (f.d.p): nesse caso, a variável aleatória X é **contínua**, e o valores possíveis de X (sua imagem) é um intervalo de números reais (não enumerável). Ex.: **distribuição normal** [$X \sim N(\mu, \sigma^2)$]



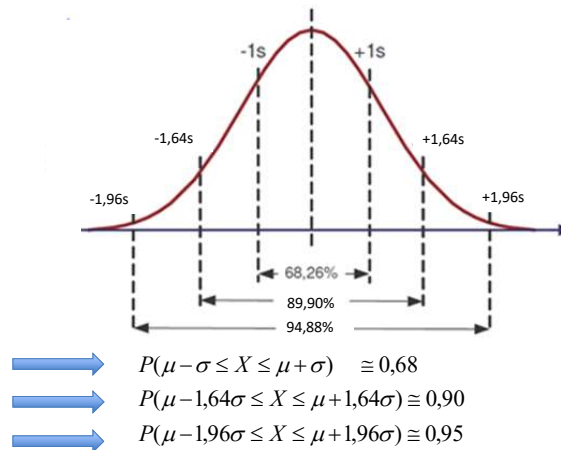
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \text{ para } -\infty < x < +\infty.$$

70

Estatística
Fundamentos

▪ Distribuição de probabilidade

✓ Distribuição normal



71

Estatística
Fundamentos

▪ Distribuição de probabilidade

✓ **PERGUNTA:** como ter uma primeira percepção acerca da **distribuição de probabilidade** de uma variável aleatória?

HISTOGRAMA

72

Estatística Fundamentos

■ Estatística descritiva

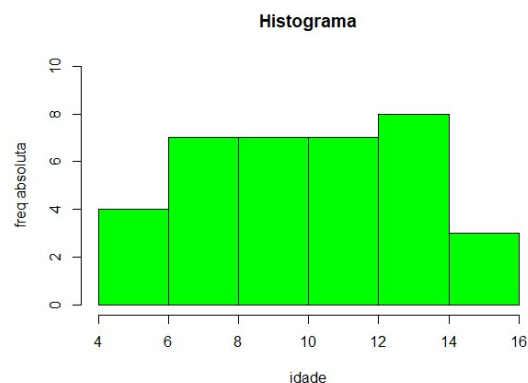
✓ **Histograma:** gráfico formado por um conjunto de retângulos justapostos, de forma que a área de cada retângulo seja proporcional à frequência (absoluta ou relativa) da classe que ele representa.

Dados agrupados sem intervalos de classes

Idade	Frequência
4	3
5	1
6	3
7	4
8	4
9	3
10	4
11	3
12	4
13	4
14	2
15	1

Dados agrupados com intervalos de classes

Idade	Frequência
4—6	4
6—8	7
8—10	7
10—12	7
12—14	8
14—16	3

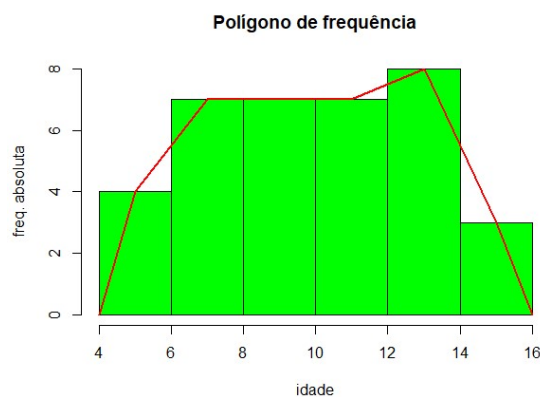


73

Estatística Fundamentos

■ Estatística descritiva – Gráficos estatísticos

✓ **Polígono de frequência:** gráfico em linha, sendo as frequências marcadas sobre perpendiculares ao eixo horizontal, levantadas pelos pontos médios dos intervalos de classe.

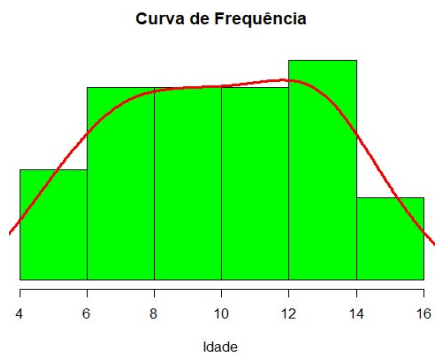


74

Estatística Fundamentos

▪ Estatística descritiva – Gráficos estatísticos

✓ **Curva de frequência:** Podemos concluir* que a linha poligonal (contorno do polígono de frequência) tende a se transformar numa curva – a **curva de frequência** -, mostrando de modo mais evidente a natureza da **distribuição do conjunto de dados (variável aleatória)**.

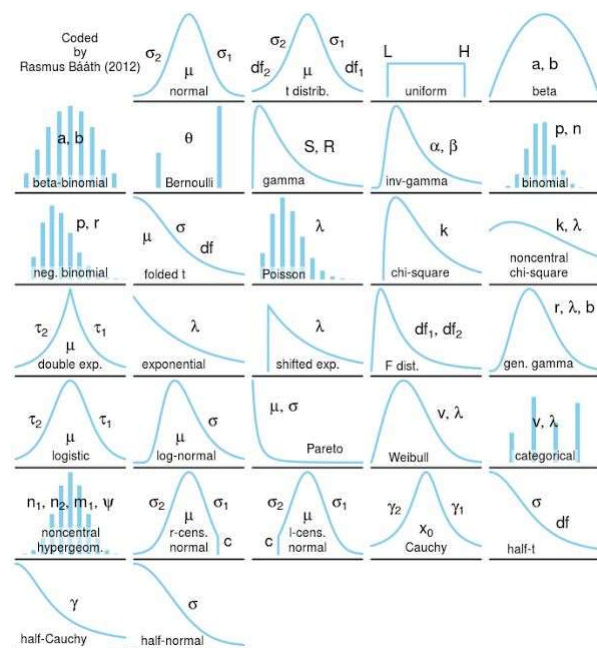


CONCLUSÃO: A partir do histograma, tem-se a curva de frequência e, no limite, uma percepção inicial da **distribuição de probabilidade**.

75

Estatística Fundamentos

IMPORTANTE: com base na configuração / conformação da distribuição de probabilidade, é possível extrair informações relevantes sobre as **medidas resumo (e vice-versa)**.



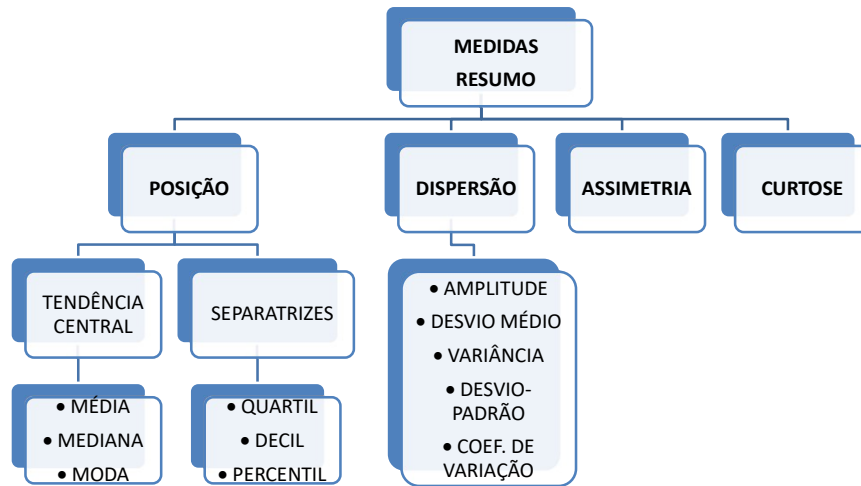
Fonte: <https://br.pinterest.com/>

76

Estatística Fundamentos

▪ Estatística descritiva – Medidas resumo

✓ As **medidas resumo** visam a sintetizar as informações contidas nos dados a partir de medidas numéricas.



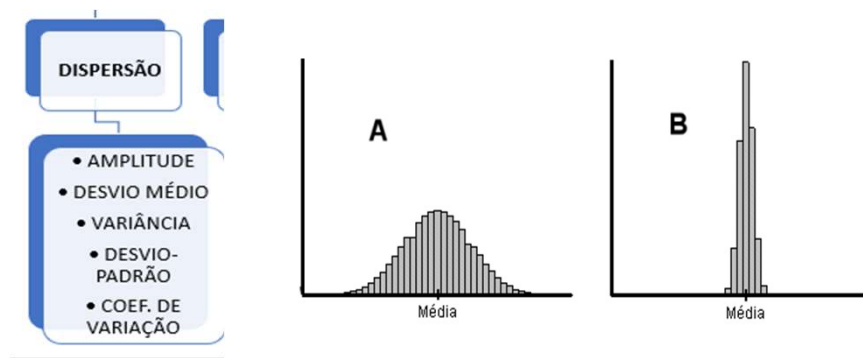
77

Estatística Fundamentos

▪ Estatística descritiva – Medidas resumo

✓ Medidas de dispersão

As medidas de dispersão avaliam o grau de variabilidade ou dispersão de um conjunto de dados. Em outras palavras, destacam o grau de homogeneidade ou heterogeneidade que existe entre os valores que compõem o conjunto.



78

Estatística
Fundamentos

▪ Estatística descritiva – Medidas resumo

✓ Medidas de dispersão

✓ A **variância** compreende um conceito estatístico que retrata a distância entre o valor médio e os outros valores de um conjunto de dados. É expressa partir dos desvios em torno da média aritmética, porém determinando a média aritmética dos quadrados dos desvios.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

PERGUNTA 01: Qual a unidade da variância?

PERGUNTA 02: Qual a solução?

79

Estatística
Fundamentos

▪ Estatística descritiva – Medidas resumo

✓ Medidas de dispersão

✓ O **desvio padrão** é definido como a raiz quadrada da variância e representada por σ (populacional) e s (amostral).

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

PERGUNTA: Se em um determinado conjunto de dados o desvio padrão é de 3,15 e a média é igual 6; pode existir algum dado de valor 10?

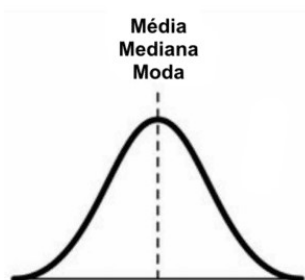
80

Estatística Fundamentos

✓ Medidas de assimetria

✓ Avalia o grau de “deformação” de uma curva de frequências. Em outras palavras, refere-se ao grau de afastamento de uma distribuição da unidade de simetria.

✓ Quando uma distribuição é simétrica, as três medidas de tendência central coincidem. A assimetria, porém, torna-as diferentes e essa diferença é tanto maior quanto maior é a assimetria.



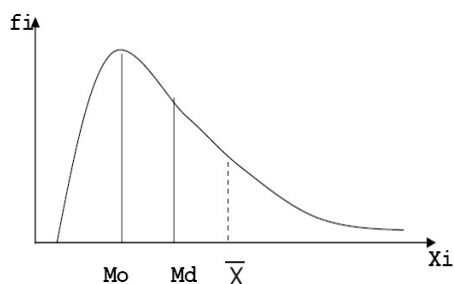
81

Estatística Fundamentos

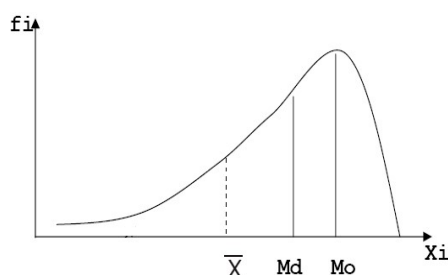
▪ Estatística descritiva – Medidas resumo

✓ Medidas de assimetria

▪ Em uma distribuição assimétrica positiva, ou assimétrica à direita:



▪ Em uma distribuição assimétrica negativa, ou assimétrica à esquerda:



82

Estatística
Fundamentos

1. Revisão dos fundamentos da Estatística aplicados à avaliação de imóveis

- ~~1.1 Tópicos essenciais de AMOSTRAGEM~~
- ~~1.2 Tópicos essenciais de ESTATÍSTICA DESCRITIVA~~
- ~~1.3 Tópicos essenciais de PROBABILIDADE~~
- 1.4 Tópicos essenciais de INFERÊNCIA ESTATÍSTICA
- 1.5 Tópicos essenciais de MODELOS DE REGRESSÃO LINEAR

Estatística
Fundamentos

▪ **Inferência Estatística**

✓ **A inferência estatística** envolve dois principais tipos de inferências:

- (i) **Estimação estatística:** objetivo é estimar ou calcular valores desconhecidos (**parâmetros**) da população com base nas informações coletadas na amostra (**estatísticas**).
- (ii) **Teste de hipóteses:** objetivo é testar uma afirmação ou hipótese sobre características da população (**valores de parâmetros populacionais**) com base em informações coletadas de uma amostra (**valores de estatísticas amostrais**).

Estatística
Fundamentos



▪ **Modelo de regressão linear**

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \dots + \hat{\beta}_k X_{ki}$$

MODELO

Curva de regressão
f (características do
imóvel)

Prof. Dr. Lutemberg Florencio

85

85

Estatística
Fundamentos

1. Revisão (e aprofundamento) dos fundamentos da Estatística aplicados à avaliação de imóveis

- ~~1.1 Tópicos essenciais de AMOSTRAGEM~~
- ~~1.2 Tópicos essenciais de ESTATÍSTICA DESCRITIVA~~
- ~~1.3 Tópicos essenciais de PROBABILIDADE~~
- 1.4 Tópicos essenciais de INFERÊNCIA ESTATÍSTICA
- 1.5 Tópicos essenciais de MODELOS DE REGRESSÃO LINEAR

86

Método comparativo direto de dados de mercado (Desenvolvimento - Parte 1)



Prof. Dr. Lutemberg Florencio

87

Método comparativo direto de dados de mercado

Aplicação

Estime o valor de mercado de um terreno com área de 1.000 m² que está a 1,5 km da rodovia principal.

Prof. Dr. Lutemberg Florencio

88

Método comparativo direto de dados de mercado

Aplicação

Os seguintes dados de mercado (oferta) foram coletados.

DADO	ÁREA	DISTÂNCIA (Km)	PREÇO TOTAL (R\$)	PREÇO UNIT. (R\$/m ²)
1	1000	0	300.000,00	300,00
2	1000	1	200.000,00	200,00
3	1000	1	150.000,00	150,00
4	1000	2	100.000,00	100,00
5	1000	3	50.000,00	50,00
6	1000	4	20.000,00	20,00

Prof. Dr. Lutemberg Florencio

89

Método comparativo direto de dados de mercado

Aplicação

Estime o valor de mercado de um terreno com área de 1.000 m² que está a 1,5 km da rodovia principal. Os seguintes dados de mercado (oferta) foram coletados.

DADO	ÁREA	DISTÂNCIA (Km)	PREÇO TOTAL (R\$)	PREÇO UNIT. (R\$/m ²)
1	1000	0	300.000,00	300,00
2	1000	1	200.000,00	200,00
3	1000	1	150.000,00	150,00
4	1000	2	100.000,00	100,00
5	1000	3	50.000,00	50,00
6	1000	4	20.000,00	20,00

✓ Uma vez que as áreas são iguais, temos que o preço unitário médio [$\bar{Y} = 136,66$ (R\$/m²)], logo a estimativa do valor do terreno avaliando é de: $VI = 136,66 \times 1.000 = \text{R\$ } 136.660,00$.

Prof. Dr. Lutemberg Florencio

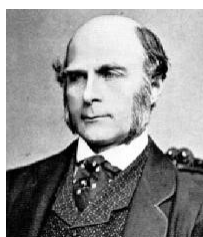
90

Método comparativo direto de dados de mercado

Inferência Estatística - Análise de regressão

✓ A análise de regressão (ferramenta estatística) se ocupa do estudo da **dependência** entre duas ou mais variáveis, de tal forma que uma variável ($Y \rightarrow$ Variável dependente) possa ser explicada por outra ou outras ($X \rightarrow$ Variáveis independentes).

✓ O Objetivo central é estimar o valor médio da variável dependente em termos dos valores conhecidos da(s) variável(is) independente(s).



Francis Galton

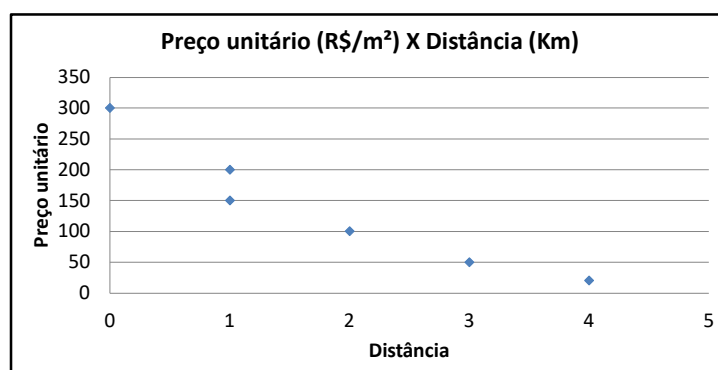
PERGUNTA: Como ter uma primeira percepção acerca da relação de dependência entre variáveis?

91

Método comparativo direto de dados de mercado

✓ Diagrama de dispersão

Consiste na representação dos pares ordenados dos dados (x,y) , em que se observam: tendência, intensidade, dispersão, forma funcional e pontos atípicos.



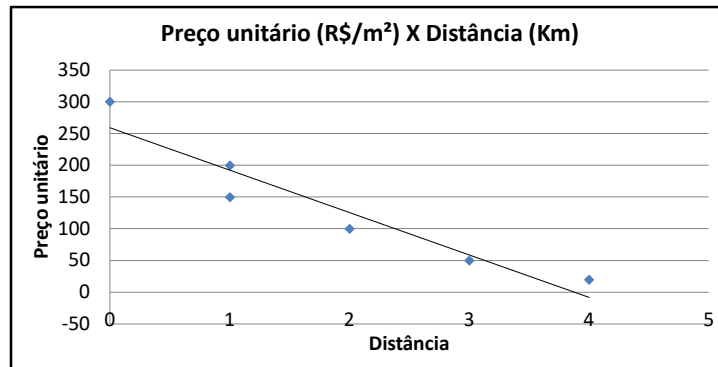
Prof. Dr. Lutemberg Florencio

92

Método comparativo direto de dados de mercado

✓ Diagrama de dispersão

Consiste na representação dos pares ordenados dos dados (x,y), em que se observam: tendência, intensidade, dispersão, forma funcional e pontos atípicos.



✓ PERGUNTA: Como medir (quantitativamente) a dependência entre as variáveis?

Prof. Dr. Lutemberg Florencio

93

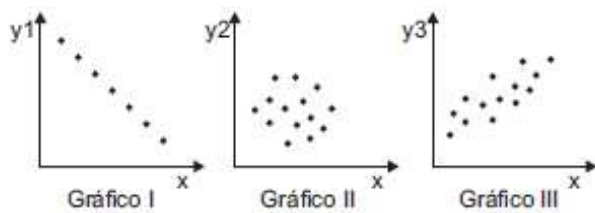
Método comparativo direto de dados de mercado

Aplicação - Coeficiente de correlação

✓ O coeficiente de correlação **linear** tem por objetivo medir o grau de associação **linear** entre duas variáveis.

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2}} \quad -1 \leq r \leq +1$$

Coeficiente	Correlação
$ r = 0$	nula
$0 < r \leq 0,30$	fraca
$0,30 < r \leq 0,70$	média
$0,70 < r \leq 0,90$	forte
$0,90 < r \leq 0,99$	fortíssima
$ r = 1$	perfeita



✓ Mas e essa conta?
Só tem TAMANHO!

94

Método comparativo direto de dados de mercado

Aplicação - Coeficiente de correlação

DISTÂNCIA (Km) [X]	PU (R\$/m²) [Y]
0	300,00
1	200,00
1	150,00
2	100,00
3	50,00
4	20,00

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

NUMERADOR

$$\begin{aligned} & \{[(0 - 1,83) \cdot (300 - 136,66)] \\ & + [(1 - 1,83) \cdot (200 - 136,66)] + \dots + \\ & [(4 - 1,83) \cdot (20 - 136,66)]\} = -723,33 \\ & = 723,33 \end{aligned}$$

$$\bar{X} = \frac{11}{6} = 1,83$$

$$\bar{Y} = \frac{820}{6} = 136,66$$

DENOMINADOR

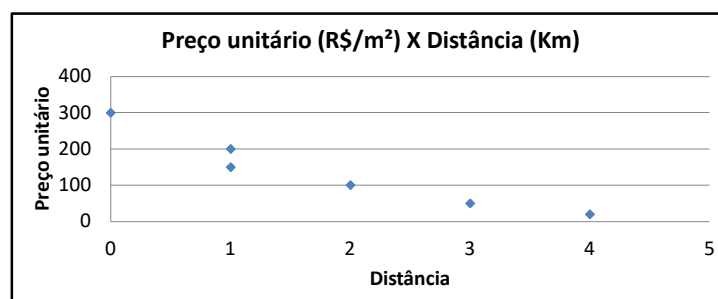
$$\begin{aligned} & \sqrt{\{[(0 - 1,83)^2] + [(1 - 1,83)^2] + \dots + [(4 - 1,83)^2]\} \times} \\ & \sqrt{\{[(300 - 136,66)^2] + [(200 - 136,66)^2] + \dots + [(20 - 136,66)^2]\}} \\ & = 760 \end{aligned}$$

95

Método comparativo direto de dados de mercado

Aplicação - Coeficiente de correlação

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2}} \quad -1 \leq r \leq +1 \quad r_{xy} = \frac{-723,33}{\sqrt{10,83 \times 53.333,33}} = -0,95$$



O valor negativo do coeficiente de correlação (igual a -0,95) indica uma **forte** correlação **inversa** entre preço e distância, ou seja, quanto maior a distância a rodovia menor o preço unitário.

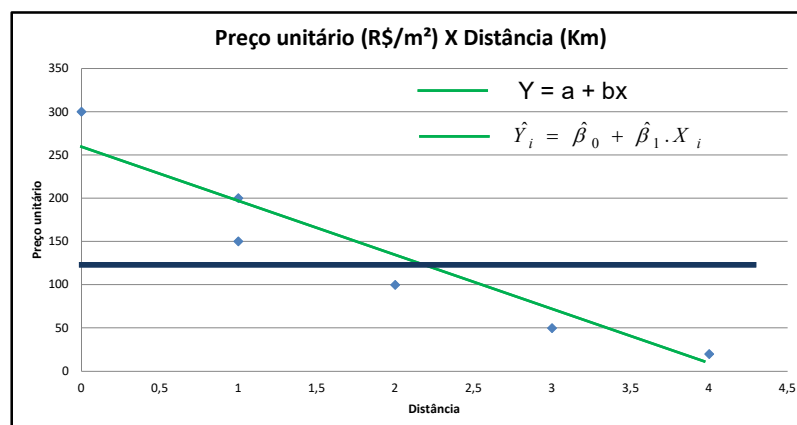
PERGUNTA: Como **modelar** esta dependência?

96

Método comparativo direto de dados de mercado

Aplicação - Modelo de regressão linear

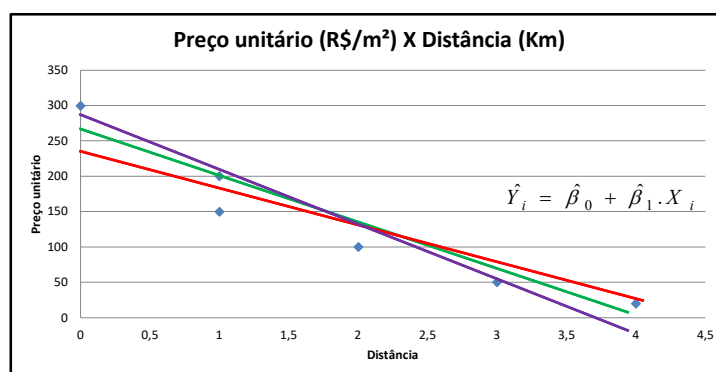
✓ Quando a variabilidade dos preços pode ser explicada por apenas **uma variável independente**, através de uma função **linear nos parâmetros**, utiliza-se o **modelo de regressão linear simples**.



97

Método comparativo direto de dados de mercado

Aplicação - Modelo de regressão linear simples



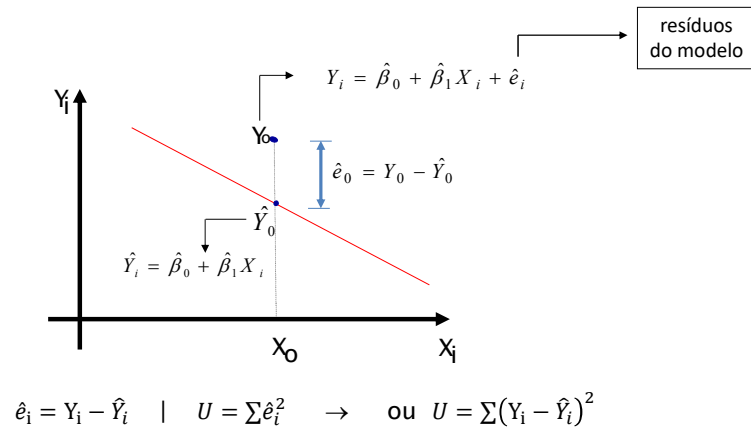
✓ **PERGUNTA:** O modelo de regressão linear simples deve ser ajustado por qual **curva de regressão**? Em outras palavras, como estimar os parâmetros da forma mais acurada possível?

98

Método comparativo direto de dados de mercado

Aplicação - Método dos mínimos quadrados (MMQ)

✓ É atribuído a **Carl Friedrich Gauss**. Consiste em estimar os parâmetros $(\hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_k)$ de tal forma que o somatório do quadrado das distâncias, medidas na vertical, entre cada ponto observado e ajustado pela curva de regressão, seja mínimo.



99

Método comparativo direto de dados de mercado

Aplicação - Método dos mínimos quadrados (MMQ)

$$U = \sum \hat{e}_i^2 = \sum (b_0 + b_1 X_i - Y_i)^2$$

$$\partial U / \partial b_0 = 2 \sum (b_0 + b_1 X_i - Y_i) \cdot 1 = 2 (\sum b_0 + b_1 \sum X_i - \sum Y_i)$$

$$\partial U / \partial b_1 = 2 \sum (b_0 + b_1 X_i - Y_i) \cdot X_i = 2 (b_0 \sum X_i + b_1 \sum X_i^2 - \sum Y_i \cdot X_i)$$

Igualando-se as derivadas a zero

$$b_0 \cdot n + b_1 \cdot \sum X_i = \sum Y_i$$

$$b_0 \cdot \sum X_i + b_1 \cdot \sum X_i^2 = \sum X_i \cdot Y_i$$



Notação:

$$\hat{\beta}_0 = b_0$$

$$\hat{\beta}_1 = b_1$$

Sob certas premissas, o MMQ tem algumas propriedades estatísticas muito atraentes.

Valores médios estimados:

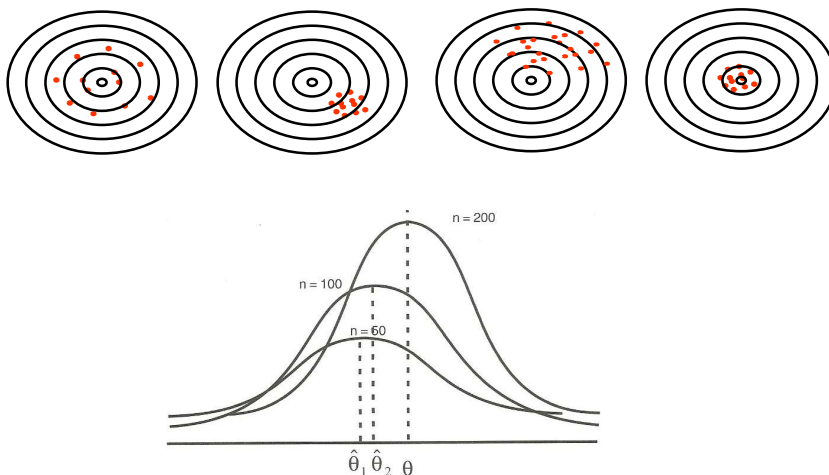
$$\hat{Y}_i = b_0 + b_1 \cdot X_i$$

100

Método comparativo direto de dados de mercado

Aplicação - Método dos mínimos quadrados (MMQ)

- ✓ Estimadores MQO: não-tendenciosidade, eficiência e consistência.



101

Método comparativo direto de dados de mercado

Aplicação

Voltemos aos dados coletados:

DADO	ÁREA	DISTÂNCIA (Km)	PREÇO TOTAL (R\$)	PREÇO UNITÁRIO (R\$/m ²)
1	1000	0	300.000,00	300,00
2	1000	1	200.000,00	200,00
3	1000	1	150.000,00	150,00
4	1000	2	100.000,00	100,00
5	1000	3	50.000,00	50,00
6	1000	4	20.000,00	20,00

Estime o valor de mercado de um terreno com área de 1.000 m² que está a 1,5 km da rodovia.

102

Método comparativo direto de dados de mercado

Aplicação - Método dos mínimos quadrados

❖ Estimativa dos parâmetros do modelo

Dado	X_i	Y_i	X_i^2	$X_i Y_i$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
Σ				

$$b_0 \cdot n + b_1 \cdot \Sigma X_i = \Sigma Y_i$$

$$b_0 \cdot \Sigma X_i + b_1 \cdot \Sigma X_i^2 = \Sigma (X_i \cdot Y_i)$$

$$b_0 \cdot 6 + b_1 \cdot 11 = 820$$

$$b_0 \cdot 11 + b_1 \cdot 31 = 780$$

$$b_0 = 259,07 \quad b_1 = -66,77$$

PERGUNTA: Qual a interpretação de mercado deste modelo?

$$\widehat{V_u} = 259,07 - 66,77 \cdot D_i$$

Quando $X_i = 0$ (às margens da rodovia, $D=0$), o consumidor paga pelo terreno, em média, R\$ 259,07 por metro quadrado de área, e para cada km que o terreno se distancia das margens da rodovia, o consumidor paga R\$ 66,77 a menos por metro quadrado de área.

103

Método comparativo direto de dados de mercado

Aplicação

❖ Estimativa do valor de mercado do imóvel avaliando

$$\widehat{V_u} = 259,07 - 66,77 \cdot D_i$$

$$\widehat{V_u} = 259,07 - 66,77 \cdot 1,5$$

$$\widehat{V_u} = 158,92 \text{ (R\$/m}^2\text{)}$$

$$\widehat{V_l} = 158,92 \times 1000 = 158.920,00$$

ATENÇÃO: Permite-se arredondar o resultado da avaliação em até 1% (NBR 14653-1)

104

Método comparativo direto de dados de mercado

Aplicação

Estime o valor de mercado de um terreno com área de 1.000 m² que está a 1,5 km da rodovia. Os seguintes dados de mercado (oferta) foram coletados.

DADO	ÁREA	DISTÂNCIA (Km)	PREÇO TOTAL (R\$)	PREÇO UNIT. (R\$/m ²)
1	1000	0	300.000,00	300,00
2	1000	1	200.000,00	200,00
3	1000	1	150.000,00	150,00
4	1000	2	100.000,00	100,00
5	1000	3	50.000,00	50,00
6	1000	4	20.000,00	20,00

$$\widehat{V}u = 259,07 - 66,77 \cdot D_i$$

$$\widehat{V}u = 259,07 - 66,77 \cdot 1,5$$

$$\widehat{V}u = 158,91 \text{ (R$/m}^2\text{)}$$

$$\widehat{V}I = 158,92 \times 1000 = 158.920,00$$

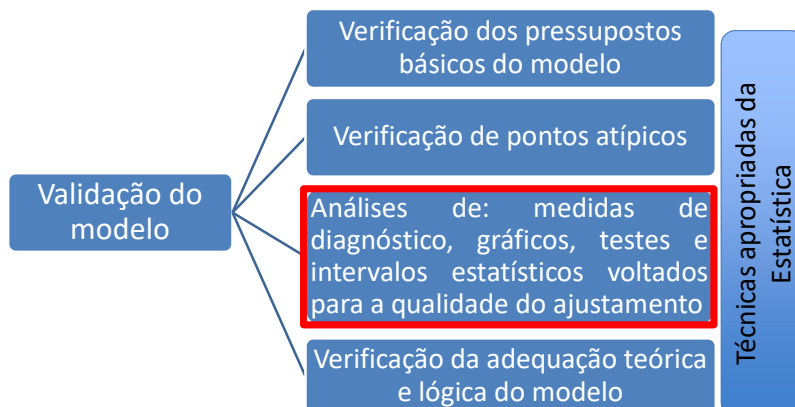
105

Método comparativo direto de dados de mercado

Tratamento dos dados - tratamento científico

A heterogeneidade dos dados é tratada a partir do uso de metodologia científica (suportada por técnicas apropriadas da Estatística), que leve à indução de **modelo validado** para o comportamento do mercado.

$$\widehat{V}u = 259,07 - 66,77 \cdot X_i$$



106

Método comparativo direto de dados de mercado

Validação do modelo - Análises de: gráficos, medidas de diagnóstico, testes e intervalos estatísticos voltados para a qualidade do ajustamento

Medidas de diagnóstico

Gráficos

Testes de hipóteses

Intervalo de confiança

107

Método comparativo direto de dados de mercado

Validação do modelo - Análises de: gráficos, medidas de diagnóstico, testes e intervalos estatísticos voltados para a qualidade do ajustamento

❖ Intervalo de confiança

Tipo de estimativa intervalar em que se estabelece um intervalo em torno de um estimador pontual. Um intervalo de confiança define dois limites, LI e LS.



108

Método comparativo direto de dados de mercado

Validação do modelo - Análises de: gráficos, medidas de diagnóstico, testes e intervalos estatísticos voltados para a qualidade do ajustamento

❖ Intervalo de confiança

✓ No Intervalo de confiança, a probabilidade de estabelecer um intervalo de valores que contenha o verdadeiro parâmetro populacional é de $1-\alpha$. Essa probabilidade é chamada de **nível de confiança**, denotada por $1-\alpha$, sendo α o **nível de significância** (probabilidade de erro).

109

Método comparativo direto de dados de mercado

Validação do modelo - Análises de: gráficos, medidas de diagnóstico, testes e intervalos estatísticos voltados para a qualidade do ajustamento

❖ Intervalo de confiança

✓ O intervalo de confiança a um nível de $(1-\alpha)$, em torno de um ponto (X_0, Y_0) sobre a reta de regressão, é calculado por:

$$I.C = \hat{Y}_0 \pm t_{(\alpha; n-k-1)} \cdot S(\hat{Y}_0)$$

Onde $S(\hat{Y}_0)$ é o desvio padrão calculado em torno do ponto (X_0, Y_0) . Para um modelo de **regressão linear simples**, tem-se a seguinte expressão:

$$I.C = \hat{Y}_0 \pm t_{(\alpha; n-2)} \cdot S_e \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}},$$

$$\text{onde } S_e = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}}$$

110

Método comparativo direto de dados de mercado

Validação do modelo - Análises de: gráficos, medidas de diagnóstico, testes e intervalos estatísticos voltados para a qualidade do ajustamento

❖ Intervalo de confiança

Para o caso prático do exemplo, tem-se:

$$I.C(\mu; 80\%) = \hat{Y}_0 \pm t_{(\alpha; n-2)} \cdot S_e \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}} \rightarrow \sqrt{\frac{1}{6} + \frac{(1,5 - 1,83)^2}{1083}} = 0,42$$

$$S_e = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-2}} \rightarrow 35,49$$

$$I.C(\mu; 80\%) = 158,92 \pm t_{(0,2; 4)} \cdot 35,49 \cdot 0,42$$

$$I.C(\mu; 80\%) = 158,92 \pm t_{(0,2; 4)} \cdot 14,93$$

111

Método comparativo direto de dados de mercado

Validação do modelo - Análises de: gráficos, medidas de diagnóstico, testes e intervalos estatísticos voltados para a qualidade do ajustamento

Distribuição t de Student

Pontos críticos $t_{1-\alpha/2}$ para graus de liberdade

N.C - Nível de confiança

α - Nível de significância



$t_{1-\alpha/2}$	$t_{0.995}$	$t_{0.99}$	$t_{0.975}$	$t_{0.95}$	$t_{0.90}$	$t_{0.80}$	$t_{0.75}$	$t_{0.70}$	$t_{0.60}$	$t_{0.55}$
N.C	99%	98%	95%	90%	80%	60%	50%	40%	20%	10%
$\sqrt{\alpha}$	1%	2%	5%	10%	20%	40%	50%	60%	80%	90%
1	63.657	31.821	12.706	6.314	3.078	1.376	1.000	0.727	0.325	0.158
2	9.925	6.965	4.303	2.920	1.886	1.061	0.816	0.617	0.289	0.142
3	5.841	4.541	3.186	2.353	1.638	0.978	0.765	0.584	0.277	0.137
4	4.604	3.747	2.776	2.132	1.533	0.941	0.741	0.569	0.271	0.134
5	4.032	3.365	2.571	2.015	1.476	0.920	0.727	0.559	0.267	0.132
6	3.707	3.143	2.447	1.943	1.440	0.906	0.718	0.553	0.265	0.131
7	3.499	2.998	2.365	1.895	1.415	0.896	0.711	0.549	0.263	0.130
8	3.355	2.896	2.306	1.860	1.397	0.889	0.706	0.546	0.262	0.130
9	3.250	2.821	2.262	1.833	1.383	0.883	0.703	0.543	0.261	0.129

112

Método comparativo direto de dados de mercado

Validação do modelo - Análises de: gráficos, medidas de diagnóstico, testes e intervalos estatísticos voltados para a qualidade do ajustamento

❖ Intervalo de confiança

$$I.C(\mu; 80\%) = \hat{Y}_0 \pm t_{(\alpha; n-k-1)} \cdot S(\hat{Y}_0)$$

$$I.C(\mu; 80\%) = 158,92 \pm t_{(0,2; 4)} \cdot 14,93$$

$$I.C(\mu; 80\%) = 158,92 \pm 1,533 \cdot 14,93$$

$$I.C(\mu; 80\%) = 158,92 \pm 22,88$$

- Limite superior = R\$ 181,80/m²
- Limite inferior = R\$ 136,04/m²

Distribuição t de Student
Pontos críticos t_{α} para graus de liberdade
N.C. - Nível de confiança
n - Nível de significância

N.C.	n									
	1%	5%	10%	15%	20%	25%	30%	40%	50%	95%
1	15,995	12,706	10,000	8,561	7,646	6,965	6,581	6,251	6,000	5,024
2	18,855	14,069	10,817	9,246	8,171	7,393	6,933	6,581	6,318	5,299
3	20,482	15,005	11,458	9,779	8,591	7,684	7,199	6,827	6,545	5,494
4	21,799	15,705	11,983	10,196	8,933	7,998	7,491	7,100	6,800	5,617
5	22,963	16,297	12,462	10,607	9,362	8,397	7,876	7,465	7,150	5,758
6	23,984	16,801	12,894	10,999	9,709	8,708	8,172	7,747	7,420	5,881
7	24,886	17,229	13,277	11,377	10,000	8,979	8,429	8,000	7,660	5,989
8	25,688	17,594	13,609	11,658	10,259	9,209	8,645	8,210	7,860	6,084
9	26,408	17,909	13,897	11,877	10,484	9,409	8,835	8,390	8,030	6,169
10	27,068	18,176	14,141	12,059	10,681	9,589	8,999	8,550	8,180	6,246
11	27,678	18,404	14,354	12,211	10,851	9,749	9,149	8,690	8,320	6,314
12	28,248	18,594	14,531	12,341	11,000	9,889	9,289	8,820	8,450	6,374
13	28,788	18,754	14,681	12,451	11,131	10,009	9,409	8,930	8,560	6,429
14	29,308	18,889	14,806	12,551	11,251	10,119	9,519	9,030	8,660	6,479
15	29,808	19,004	14,911	12,641	11,361	10,219	9,619	9,120	8,750	6,524
16	30,288	19,104	15,001	12,721	11,451	10,309	9,709	9,200	8,830	6,564
17	30,748	19,194	15,081	12,791	11,531	10,389	9,789	9,270	8,900	6,600
18	31,188	19,274	15,151	12,851	11,601	10,459	9,859	9,340	8,960	6,634
19	31,608	19,344	15,211	12,901	11,661	10,519	9,919	9,390	9,010	6,664
20	32,008	19,404	15,261	12,941	11,711	10,569	9,969	9,430	9,050	6,694
21	32,388	19,454	15,301	12,971	11,751	10,609	10,009	9,460	9,080	6,724
22	32,748	19,494	15,331	13,001	11,781	10,639	10,039	9,480	9,100	6,744
23	33,088	19,524	15,351	13,021	11,801	10,659	10,059	9,490	9,110	6,754
24	33,408	19,544	15,361	13,031	11,811	10,669	10,069	9,500	9,120	6,764
25	33,708	19,564	15,371	13,041	11,821	10,679	10,079	9,510	9,130	6,774
26	34,008	19,574	15,381	13,051	11,831	10,689	10,089	9,520	9,140	6,784
27	34,288	19,584	15,381	13,051	11,831	10,689	10,089	9,520	9,140	6,784
28	34,548	19,584	15,381	13,051	11,831	10,689	10,089	9,520	9,140	6,784
29	34,788	19,584	15,381	13,051	11,831	10,689	10,089	9,520	9,140	6,784
30	35,008	19,584	15,381	13,051	11,831	10,689	10,089	9,520	9,140	6,784
35	35,708	19,584	15,381	13,051	11,831	10,689	10,089	9,520	9,140	6,784
40	36,308	19,584	15,381	13,051	11,831	10,689	10,089	9,520	9,140	6,784
45	36,808	19,584	15,381	13,051	11,831	10,689	10,089	9,520	9,140	6,784
50	37,208	19,584	15,381	13,051	11,831	10,689	10,089	9,520	9,140	6,784
60	37,708	19,584	15,381	13,051	11,831	10,689	10,089	9,520	9,140	6,784
70	38,108	19,584	15,381	13,051	11,831	10,689	10,089	9,520	9,140	6,784
80	38,408	19,584	15,381	13,051	11,831	10,689	10,089	9,520	9,140	6,784
90	38,608	19,584	15,381	13,051	11,831	10,689	10,089	9,520	9,140	6,784
100	38,708	19,584	15,381	13,051	11,831	10,689	10,089	9,520	9,140	6,784

PERGUNTA: Pode-se afirmar que a estimativa pontual obtida é precisa dado o intervalo de confiança calculado? Em outras palavras, o modelo permitiu uma estimativa confiável?

113

Método comparativo direto de dados de mercado

Especificação da avaliação

❖ Grau de precisão

A precisão será estabelecida quando for possível medir o grau de certeza e o nível de erro tolerável numa avaliação.

Tabela 6 (NBR 14653-3) – Grau de precisão nos casos de utilização de modelos

Descrição	Grau		
	III	II	I
Amplitude do intervalo de confiança de 80 % em torno da estimativa de tendência central	≤ 30 %	≤ 40 %	≤ 50 %

$$I.C(\mu; 80\%) = 158,92 \pm 22,88$$

- Limite superior = R\$ 181,80/m²
- Limite inferior = R\$ 136,04/m²

$$\text{Precisão da estimativa} = \frac{\text{Amplitude do IC}}{\hat{Y}_0}$$

$$\text{Precisão da estimativa} = \frac{181,80 - 136,04}{158,92} = 28,80\%$$

114

Método comparativo direto de dados de mercado

Validação do modelo - Análises de: gráficos, medidas de diagnóstico, testes e intervalos estatísticos voltados para a qualidade do ajustamento

Medidas de diagnóstico

Gráficos

Testes de hipóteses

Intervalo de confiança

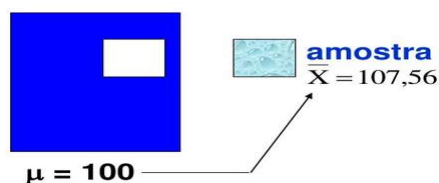
115

Método comparativo direto de dados de mercado

Validação do modelo - Análises de: gráficos, medidas de diagnóstico, testes e intervalos estatísticos voltados para a qualidade do ajustamento

❖ Testes de hipóteses

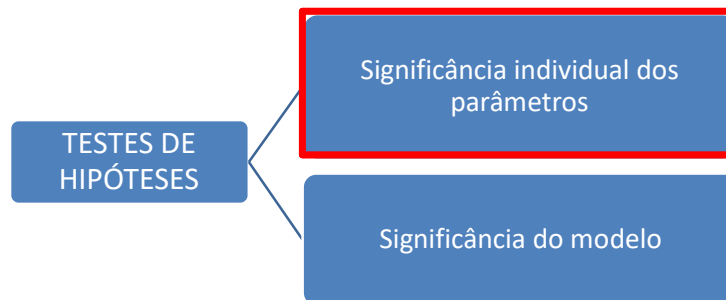
- ✓ Testes de hipóteses consistem em **testar uma afirmação sobre características da população**, a partir de estatísticas amostrais.
- ✓ O ponto central é **verificar se a diferença entre o valor alegado de um parâmetro populacional e o valor de uma estatística amostral** pode ser razoavelmente atribuído a **variabilidade amostral** ou se a discrepância é demasiadamente grande para ser encarada dessa forma.



116

Método comparativo direto de dados de mercado

Validação do modelo - Análises de: gráficos, medidas de diagnóstico, testes e intervalos estatísticos voltados para a qualidade do ajustamento



117

Método comparativo direto de dados de mercado

Validação do modelo - Análises de: gráficos, medidas de diagnóstico, testes e intervalos estatísticos voltados para a qualidade do ajustamento

❖ Passos para se realizar um teste de hipóteses:

1. Definição das hipóteses (H_0 e H_1)
2. Especificação do nível de significância (α)
3. Identificar a distribuição amostral adequada para o teste
4. Calcular a estatística do teste
5. Tomar a decisão (regra de decisão)

Prof. Dr. Lutemberg Florencio

118

Método comparativo direto de dados de mercado

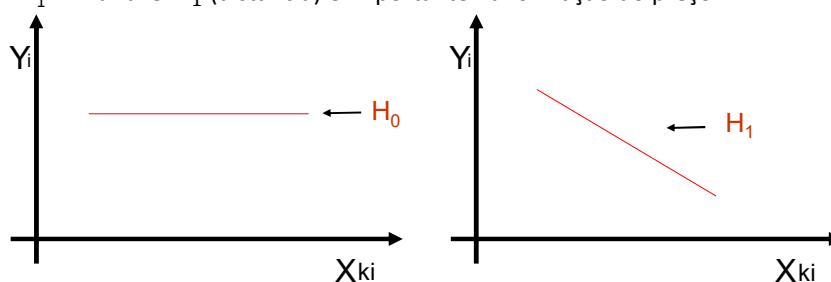
Validação do modelo - Análises de: gráficos, medidas de diagnóstico, testes e intervalos estatísticos voltados para a qualidade do ajustamento

❖ Teste de hipótese – significância individual do parâmetro

Passo 1: Definição das hipóteses

H_0 : A variável X_1 (distância) não é importante na formação do preço

H_1 : A variável X_1 (distância) é importante na formação do preço



Estatisticamente, tem-se:
$$\begin{cases} H_0 : \beta_1 = 0, \text{ contra} \\ H_1 : \beta_1 \neq 0 \end{cases}$$

119

Método comparativo direto de dados de mercado

Validação do modelo - Análises de: gráficos, medidas de diagnóstico, testes e intervalos estatísticos voltados para a qualidade do ajustamento

❖ Teste de hipótese – significância individual do parâmetro

Passo 2: Especificação do nível de significância

Em um teste de hipóteses, **pelo fato da decisão ser baseada em uma amostra ao invés de ser baseada na população inteira**, há sempre a possibilidade de tomar uma decisão equivocada:

1. Rejeitar H_0 em favor de H_1 quando, na verdade, H_0 é verdadeira. Este erro é denominado de **erro tipo I**, também conhecido por **nível de significância (α)**;

OBS.: Para o exemplo, vamos estabelecer $\alpha = 5\%$

120

Método comparativo direto de dados de mercado

Validação do modelo - Análises de: gráficos, medidas de diagnóstico, testes e intervalos estatísticos voltados para a qualidade do ajustamento

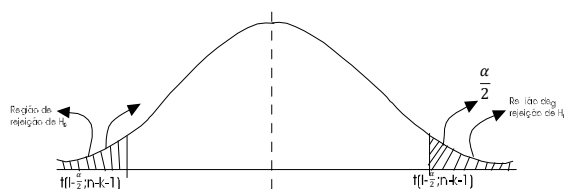
❖ Teste de hipótese – significância individual do parâmetro

Passo 3: Identificar a estatística de teste e a respectiva distribuição amostral

$$t_j^* = \left| \frac{\hat{\beta}_j - \beta_j}{s(\hat{\beta}_j)} \right|$$

Estatística de teste

Demonstra-se que t^* , sob a hipótese H_0 , tem distribuição **t de Student** com $n-k-1$ graus de liberdade, onde n é o número de dados e k é o número de variáveis independentes. Isto é, para o modelo de regressão linear simples: $n-2$ graus de liberdade.



121

Método comparativo direto de dados de mercado

Validação do modelo - Análises de: gráficos, medidas de diagnóstico, testes e intervalos estatísticos voltados para a qualidade do ajustamento

❖ Teste de hipótese – significância individual do parâmetro

Passo 4: Calcular a estatística do teste

Calcula-se:

$$t_j^* = \left| \frac{\hat{\beta}_j - \beta_j}{s(\hat{\beta}_j)} \right| \quad \Rightarrow \quad t_{calc} = \left| \frac{-66,77 - 0}{S(\beta_1)} \right|$$

1. $S(\hat{\beta}_j)$ - desvio padrão correspondente ao parâmetro estimado $\hat{\beta}_j$.

$$S(\hat{\beta}_j) = S_e \frac{1}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}}, \text{ onde } S_e = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-k-1}}$$

122

Método comparativo direto de dados de mercado

Validação do modelo - Análises de: gráficos, medidas de diagnóstico, testes e intervalos estatísticos voltados para a qualidade do ajustamento

❖ **Teste de hipótese – significância individual do parâmetro**

Passo 4: Calcular a estatística do teste

$$t_{calc} = \left| \frac{\hat{\beta}_j}{s(\hat{\beta}_j)} \right| = \left| \frac{-66,77}{s(\hat{\beta}_1)} \right|$$

$$s(\hat{\beta}_1) = Se \frac{1}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}} \rightarrow 35,49 \times \frac{1}{\sqrt{10,83}} = 10,78$$

$$t_{calc} = \left| \frac{-66,77}{10,78} \right| = 6,19$$

123

Método comparativo direto de dados de mercado

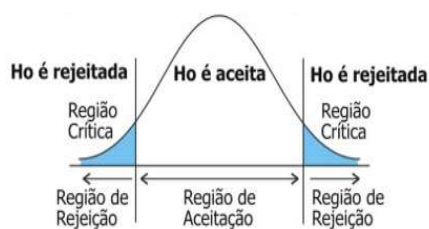
Validação do modelo - Análises de: gráficos, medidas de diagnóstico, testes e intervalos estatísticos voltados para a qualidade do ajustamento

❖ **Teste de hipótese – significância individual do parâmetro**

Passo 5: Tomar a decisão (regra de decisão)

* Regra de decisão

Se $|t_{calc}| > t_{tab}$, rejeita-se H_0 .



124

Método comparativo direto de dados de mercado

Validação do modelo - Análises de: gráficos, medidas de diagnóstico, testes e intervalos estatísticos voltados para a qualidade do ajustamento

❖ **Teste de hipótese – significância individual do parâmetro****Passo 5: Tomar a decisão (regra de decisão)**

Para encontrar o t_{tab} , define-se o nível de significância α (no exemplo, estabelecido em 5%) e com o número de graus de liberdade ($n-k-1$), encontra-se na tabela da Distribuição ***t de Student***:

$$t_{tab} = t_{(\alpha; n-k-1)} = t_{(0,05; 4)} = 2,776$$

125

Método comparativo direto de dados de mercado

Validação do modelo - Análises de: gráficos, medidas de diagnóstico, testes e intervalos estatísticos voltados para a qualidade do ajustamento

❖ **Teste de hipótese – significância individual do parâmetro****Passo 5: Tomar a decisão (regra de decisão)**

* Regra de decisão

Se $|t_{calc}| > t_{tab}$, rejeita-se H_0 .

$$t_{calc} = \left| \frac{\hat{\beta}_j}{s(\hat{\beta}_j)} \right| = \left| \frac{-66,77}{10,78} \right| = 6,19$$

$$t_{tab} = t_{(0,05; 6-1-1)} = t_{(0,05; 4)} = 2,776$$



Pergunta: Seria o parâmetro populacional significativo ao nível de 1%?

Como $t_c > t_{tab}$, conclui-se que o parâmetro populacional considerado é significativo ao nível de 5%. Rejeita-se H_0 , ou seja, há indícios de que a distância a rodovia influi na formação dos preços ao nível de confiança de 95%.

126



XXIII **COBREAP**
50 ANOS DE HISTÓRIA E EXCELÊNCIA
CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE AVALIAÇÕES E PERÍCIAS

 @prof.lutembergflorencio

 (81) 98886-1406

 lutembergflorencio@yahoo.com.br