

FUNDAÇÃO ESPÍRITO-SANTENSE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

CENTRO DE INGENIERÍA ECONÓMICA



**UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA**



Fundação Espírito-santense de Tecnologia

INECO

Centro de Ingeniería Económica

MÁSTER EN INGENIERÍA DE LA TASACIÓN Y VALORACIÓN

**ANÁLISE DE RISCO E DEFINIÇÃO DA TAXA DE DESCONTO
EM AVALIAÇÕES DE ATIVOS REAIS PELO FLUXO DE CAIXA
DESCONTADO PELA COMBINAÇÃO DO CAPM E SIMULAÇÃO
DE MONTE CARLO**

TESINA DE MÁSTER

Autor: AGNALDO CALVI BENVENHO

Tutor: Prof. Doutor LUTEMBERG DE ARAÚJO FLORENCIO

Vitória, Maio de 2021

A minha filha Beatriz e a minha
esposa Janaina, que são fonte
constante de incentivo e
inspiração!

AGRADECIMENTOS

O mestrado em engenharia é um caminho longo, difícil e cheio de obstáculos. A sua conclusão demanda muita dedicação e esforço pessoal. E é impossível sem a participação de muitos, que, cada um, a sua maneira, contribuíram para que o caminho fosse trilhado. Nada mais justo, neste momento, do que os agradecer!

Em primeiro lugar, a minhas amadas esposa e filha, Janaina de Almeida Ramos Benvenho e Beatriz Ramos Benvenho, que são fonte constante de inspiração e razão do meu esforço. Muitos momentos em família foram sacrificados para que este trabalho pudesse ser completado. Convivência familiar é artigo raro nos dias de hoje, por isso agradeço a compreensão delas pelos momentos em que não pude estar presente!

A meus pais, Avelino Benvenho e Maria Helena Calvi Benvenho, responsáveis por forjar meu caráter e que me proveram a melhor educação que eu poderia ter. Sem eles, este trabalho nunca seria possível. Um agradecimento especial a meu pai Avelino, que desenvolveu em mim o prazer da leitura e a ânsia pela busca do conhecimento. Ele viu o início desta caminhada, mas infelizmente não está aqui para ver seu final.

A meu orientador, Professor Lutemberg de Araújo Florencio, que foi fundamental para que este trabalho pudesse ser concluído. Companheiro de diversos congressos, nos quais embalávamos em discussões densas e muito proveitosas, foi ele quem me ensinou como se faz pesquisa como “gente grande”.

A minha irmã, Eveline Maria Benvenho de Andrade, ao meu cunhado Hudson Adalberto de Andrade e a minha sobrinha Manuela Benvenho de Andrade, pelas acolhidas e pela paciência.

A minha afiliada Sara Vitória, que acabou de entrar em minha vida e da minha família, mas que já tem causado grandes impactos.

A meus professores na pós graduação, e hoje meus amigos, Osório Accioly Gatto e Eduardo Rottmann, que despertaram minha paixão pela avaliação econômica, lá atrás na especialização em engenharia de avaliações na UNOESTE, e que hoje ainda são importantes conselheiros. Um especial agradecimento ao amigo Osório, que acreditou em mim e me trouxe para o magistério, inicialmente como professor convidado e, posteriormente, como professor do curso de Avaliação Econômica de Empreendimentos do IBAPE!

A meu amigo e coordenador de curso de Pós Graduação em Engenharia de Avaliações e Perícias no convênio IBAPE / Mackenzie, Marcos Mansour Chebib Awad. Foi ele que me levou a ser professor do curso de Avaliações Econômicas naquela pós graduação, além de ser o incentivador da minha entrada neste mestrado e colega de muitas horas de estudo. Também aproveito para agradecer a coordenadora do mesmo curso, Cirlene Mendes da Silva, que muito tem me ajudado em minha carreira de professor, sempre esclarecendo dúvidas e me orientando.

A meu amigo e companheiro de magistério no curso de Avaliação Econômica de Empreendimentos, Celso José Gonçalves, de quem fui aluno e que hoje me orgulho de ministrar em conjunto referida disciplina. Um dos melhores profissionais da engenharia que conheci.

A meus amigos e parceiros profissionais, Álvaro Cardoso Fernandes de Pádua e Rosana Borçato Cestari. Nos conhecemos na pós graduação, nos tornamos amigos e sócios e vencemos muitos desafios juntos.

A meus amigos Michel Feres, João Rogério Pismel e Márcia Puríssimo da Silva, que foram fundamentais no início de minha carreira como perito e avaliador. Sem eles, eu não estaria aqui. Posso dizer que acreditaram em mim quando eu mesmo duvidava.

A meus amigos e colegas do curso de engenharia mecânica na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, especialmente a Anderson de Oliveira Fernandes, Daniel Todescatt, Gustavo Ribeiro Testa e Ricardo Fernandes, pelo companheirismo e apoio nos momentos mais difíceis. Sem vocês, não estaria onde estou hoje.

Aos amigos Radegaz Nasser Júnior e Patrícia Burrows, que trouxeram e conduziram o Master en Ingeniería de Tasación y Valoración para o Brasil.

E finalmente, como diriam os americanos, *last but not least*, a todos os amigos do mestrado em engenharia de avaliações, que dividiram as dificuldades, dúvidas, ansiedades e preocupações ao longo destes dois anos e meio, mas que dividiram também conhecimento, amizade e companheirismo. Nunca vou esquecer nossos encontros em Vitória!

Não é na ciência que está a
felicidade, mas na aquisição da
ciência.

Edgar Allan Poe

RESUMO

O fluxo de caixa descontado (FCD) é uma das principais metodologias para a avaliação de ativos. O emprego apropriado do FCD depende de inúmeros procedimentos, e um dos principais é a análise dos riscos associados ao ativo. A mensuração do risco no FCD é usualmente feita pela taxa de desconto do fluxo. O principal critério usado para determinar a taxa de desconto é o CAPM (*Capital Asset Pricing Model*), largamente empregado na avaliação de ativos publicamente negociados. Na avaliação de ativos que não são publicamente negociados, sua aplicabilidade depende de uma série de hipóteses adicionais. O CAPM mede eficientemente riscos sistemáticos, que não são elimináveis por diversificação e afetam todos os ativos da economia, mas não é capaz de mensurar riscos específicos do ativo, o que pode gerar uma subavaliação do risco. Alternativamente, a Simulação de Monte Carlo é capaz de mensurar os riscos específicos do ativo, uma vez que a análise é feita pelas variações esperadas nas principais variáveis do modelo. Entretanto, para ativos que possuam baixa variabilidade nas suas projeções, a Simulação de Monte Carlo pode conduzir a taxas de desconto baixas, que podem não refletir adequadamente os riscos e a rentabilidade esperada para o ativo. Neste sentido, a presente pesquisa propõe a associação das duas metodologias, de modo a considerar os riscos sistemáticos e específicos do ativo, com o objetivo de produzir uma taxa de desconto que reflita de forma eficiente os riscos do ativo e a rentabilidade esperada pelo mercado. Demonstrou-se a aplicação da metodologia proposta a partir de um estudo de caso com a configuração de shopping center, sendo a análise pautada em uma amostra de 35 negócios de shopping centers, ativo escolhido para a presente análise, com os *cap rates* (rentabilidade do negócio pela relação lucro/valor pago) como variável de comparação. Os resultados isolados da taxa de desconto calculada tanto pelo CAPM como pela Simulação Monte Carlo foram inferiores ao menor valor observado e significativamente inferiores à média dos valores. A combinação dos métodos levou a uma taxa de desconto dentro do intervalo de valores observados e próxima a média de tais valores, o que evidencia, para o caso específico, um resultado superior às metodologias aplicadas de forma isolada.

Palavras-chave: Avaliação, CAPM, Simulação de Monte Carlo, Risco, Taxa de Desconto, Fluxo de Caixa Descontado.

ABSTRACT

Discounted cash flow (DCF) is one of the main methodologies for valuation of assets. Proper use of the FCD depends on numerous procedures, and one of the main is analysis of risks associated with the asset. Measurement of risk in FCD is usually made using the flow discount rate. The most used methodology to determine discount rate is CAPM (Capital Asset Pricing Model), widely used in the valuation of publicly traded assets. When valuing privately held assets, that are not publicly traded, its applicability depends on several additional assumptions. CAPM efficiently measures systematic risks, which are not eliminable by diversification and affect all assets in the economy but are not able to measure specific risks of the asset, which can generate an underestimation of risk. Alternatively, Monte Carlo Simulation can measure the specific risks of the asset since the analysis is made by the expected variations in the main variables of the model. However, for assets that have low variability in their projections, the Monte Carlo Simulation can lead to low discount rates, which may not adequately reflect risks and expected return on the asset. In this sense, present research proposes the association of the two methodologies, in order to consider systematic and specific risks of the asset, with the objective of producing a discount rate that efficiently reflects the risks of the asset and the profitability expected by the market. The application of the proposed methodology was demonstrated from a case study with shopping center, with the analysis based on a sample of 35 shopping center businesses, the asset chosen for the present analysis, with cap rates (profitability of the profit / value paid) as a comparison variable. The isolated results of discount rate calculated by both the CAPM and the Monte Carlo Simulation were lower than the lowest observed value and significantly lower than the mean of values. The combination of the methods led to a discount rate within the range of observed values and close to the mean of referred values, which shows, for this specific case, a result that is superior to both methodologies applied alone.

Key-words: Valuation, CAPM, Monte Carlo Simulation, Risk, Discount Rate, Discounted Cash Flow

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: NÍVEIS DE RISCO	17
FIGURA 2: FLUXOGRAMA PARA AVALIAÇÃO PELO FLUXO DE CAIXA DESCONTADO	35
FIGURA 3: COMPORTAMENTO DIANTE DO RISCO	41
FIGURA 4: COMBINAÇÕES EFICIENTES DE CARTEIRA CONSIDERANDO SEUS RETORNOS ESPERADOS (E) E SUAS VARIÂNCIAS (V).....	44
FIGURA 5: FRONTEIRA EFICIENTE	45
FIGURA 6: DESDOBRAMENTO DO RISCO	46
FIGURA 7: LINHA DE MERCADO DE CAPITAIS	53
FIGURA 8: RETORNO DO ATIVO EM FUNÇÃO DO RETORNO DA CARTEIRA DE MERCADO....	54
FIGURA 9: FUNÇÃO VALOR	59
FIGURA 10: QUANTIDADE DE AÇÕES E RISCO DE PORTFOLIO	67
FIGURA 11: ARQUITETURA GERAL DE UM MODELO DE SIMULAÇÃO.....	70
FIGURA 12: ILUSTRAÇÃO DO MÉTODO DE ACEITAÇÃO REJEIÇÃO	76
FIGURA 13: QUADRADO DE CENTRO (0,0) E ÁREA 4.....	77
FIGURA 14: CÍRCULO DENTRO DO QUADRADO	78
FIGURA 15: PONTOS ALEATÓRIOS GERADOS NO CÍRCULO E NO QUADRADO	79
FIGURA 16: CONTAGEM DE CRATERAS NA SUPERFÍCIE DA LUA COMO GERADOR DE NÚMEROS ALEATÓRIOS.....	80
FIGURA 17: CURVA DE RETORNO DE INVESTIMENTO E DETERMINAÇÃO DO VAR.....	85
FIGURA 18: GRÁFICO DOS RETORNOS CYRELA X IBOVESPA.....	95
FIGURA 19: FLUXOGRAMA PARA SELEÇÃO DE DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE	97
FIGURA 20: FLUXOGRAMA PARA GERAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE DO VPL POR SIMULAÇÃO MONTE CARLO	99
FIGURA 21: ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO MODELO	110
FIGURA 22: DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE PARA O VALOR DO EMPREENDIMENTO DESCONTADO A TAXA LIVRE DE RISCO	111
FIGURA 23: DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE PARA O VALOR DO EMPREENDIMENTO DESCONTADO A TAXA CAPM.....	113
FIGURA 24: EVOLUÇÃO DA TAXA SELIC	115

LISTA DE TABELAS

TABELA 1: BETA DISNEY EM FUNÇÃO DO ÍNDICE DE AÇÕES USADO	63
TABELA 2: BETA DISNEY EM FUNÇÃO DO PERÍODO DE TEMPO USADO	64
TABELA 3: BETA DISNEY EM FUNÇÃO DO INTERVALO DE RETORNO USADO.....	64
TABELA 4: SEQUÊNCIA DE NÚMEROS PSEUDOALETÓRIOS	72
TABELA 5: ESTIMAÇÃO DO VALOR DE Π	79
TABELA 6: SIMULAÇÕES PARA CÁLCULO DA INTEGRAL $\int XDX$	81
TABELA 7: SIMULAÇÕES PARA CÁLCULO DA INTEGRAL $\int e^XDX$	82
TABELA 8: PRÊMIO PELO RISCO PARA O MERCADO AMERICANO	92
TABELA 9: PRÊMIO PELO RISCO DE MERCADO BRASILEIRO	93
TABELA 10: FECHAMENTOS DA AÇÃO DA CYRELA E DO ÍNDICE BOVESPA E RESPECTIVOS RETORNOS MENSALIS	94
TABELA 11: RISCO E PROBABILIDADE.....	102
TABELA 12: CARACTERÍSTICAS DO EMPREENDIMENTO	104
TABELA 13: RECEITAS E DESPESAS DO ATIVO.....	105
TABELA 14: ESTRUTURA DO FLUXO DE CAIXA DO AVALIANDO.....	106
TABELA 15: VALORES BASE E ÍNDICES DE EVOLUÇÃO	106
TABELA 16: FLUXO DE CAIXA PROJETADO DO EMPREENDIMENTO	108
TABELA 17: BETA SETORIAL SHOPPING CENTERS	109
TABELA 18: PARÂMETROS PARA CÁLCULO DO CAPM	109
TABELA 19: VARIÁVEIS, DISTRIBUIÇÕES E VALORES	111
TABELA 20: ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE	112
TABELA 21: ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE	113
TABELA 22: TAXAS DE DESCONTO CALCULADAS.....	114
TABELA 23: NEGOCIAÇÕES DE SHOPPING CENTERS	116
TABELA 24: NEGÓCIOS DE SHOPPINGS CENTERS DE ALTO PADRÃO	118

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

ABL	Área Bruta Locável
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
APT	<i>Arbitrage Pricing Theory</i> (Teoria de Precificação por Arbitragem)
BCB	Banco Central do Brasil
BOVESPA	Bolsa de Valores do Estado de São Paulo
CAPM	<i>Capital Asset Pricing Model</i> (Modelo de Precificação de Ativos de Capital)
CDI	Certificado de Depósito Interbancário
CDU	Cessão de Direito de Uso
CFC	Conselho Federal de Contabilidade
DCF	<i>Discounted Cash Flow</i> (Fluxo de Caixa Descontado)
DPS	<i>Dividend per Share</i> (Dividendo por Ação)
FCD	Fluxo de Caixa Descontado
FCF	<i>Free Cash Flow</i> (Fluxo de Caixa Livre)
FCFE	<i>Free Cash Flow to Equity</i> (Fluxo de Caixa Livre para o Patrimônio Líquido)
FDP	Função Distribuição de Probabilidade
FGVA	Função Geradora de Variável Aleatória
IBOVESPA	Índice da Bolsa de Valores do Estado de São Paulo
IPCA	Índice de Preços ao Consumidor Amplo
IVSC	<i>International Valuation Standards Council</i> (Comitê Internacional de Normas de Avaliação)
NTN-B	Nota do Tesouro Nacional série B
OCDE	Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico
RICS	<i>Royal Institution of Chartered Surveyors</i>
SELIC	Sistema de Liquidação e Custódia
TDAR	Taxa de Desconto Ajustada ao Risco
TIR	Taxa Interna de Retorno
TMA	Taxa Mínima de Atratividade
VaR	<i>Value at Risk</i> (Valor em Risco)
VPL	Valor Presente Líquido

LISTA DE NEOLOGISMOS PARA O PORTUGUÊS

<i>Benchmark</i>	Comparação com um índice de referência, o qual funciona como um paradigma para que seja estabelecido o desempenho de um determinado tipo de investimento (Florencio e Alencar, 2016)
<i>Cap Rate</i>	Taxa de capitalização de um investimento. Indicador de rentabilidade de determinado investimento, resultado da divisão do lucro gerado pelo valor pago ou valor de mercado
<i>Debt</i>	Endividamento da empresa. Valor do capital de terceiros ou passivo da empresa
<i>Equity</i>	Capital próprio da empresa. Patrimônio líquido
<i>Proxy</i>	Substituto. Diz-se de uma variável que pode ser substituída por outra
<i>Real Estate</i>	Segundo Rocha Lima Júnior, 1998, identificação de investimentos no setor da construção civil – “estate” para propriedade e “real” para tangível. Numa tradução mais livre, setor econômico de investimentos nos “bens de raiz”.
<i>Valuation</i>	Avaliação de um bem. No Brasil é comum adotar o termo quando se emprega o fluxo de caixa descontado
<i>Value at Risk</i>	Valor em Risco

SUMÁRIO

1 – INTRODUÇÃO.....	14
1.1 – Preliminares	14
1.2 – Hipótese	19
1.3 – Objetivo	20
1.4 – Justificativa	20
1.5 – Metodologia	21
1.6 – Estrutura.....	24
2 – AVALIAÇÃO E ANÁLISE DE RISCO DE ATIVOS REAIS	26
2.1 – Ativos reais	26
2.2 – Abordagens a avaliação de ativos	27
2.2.1 – Uma visão geral.....	27
2.2.2 – Avaliação pelo fluxo de caixa descontado	29
2.3 – Abordagens a análise de risco.....	37
2.3.1 – Princípios gerais	37
2.3.2 – Fatores de risco.....	46
2.3.3 – Abordagem determinística x probabilística do risco.....	48
3 – IDENTIFICAÇÃO E MENSURAÇÃO DE RISCOS NA AVALIAÇÃO DE ATIVOS REAIS	51
3.1 – Ferramentas e técnicas: uma visão geral.....	51
3.2 – CAPM	52
3.2.1 – O modelo de precificação de ativos de capital	52
3.2.2 – Críticas e limitações do modelo CAPM na avaliação	56
3.2.3 – Considerações sobre o uso do CAPM no cálculo da taxa de desconto	68
3.3 – Simulação de Monte Carlo	69
3.3.1 – Técnicas de simulação.....	69
3.3.2 – Números aleatórios.....	71

3.3.3 – Modelo Monte Carlo	74
3.3.4 – Aplicações da Simulação de Monte Carlo	82
3.3.5 – Simulação de Monte Carlo em Economia e Finanças.....	83
3.3.6 – Simulação de Monte Carlo em Avaliações	87
4 – BASE METODOLÓGICA DA PROPOSTA DE CÁLCULO DA TAXA DE DESCONTO PARA ATIVOS REAIS	90
4.1 – Análise de risco e taxa de desconto	90
4.2 – Cálculo da taxa de desconto pelo CAPM	90
4.2.1 – Taxa livre de risco	91
4.2.2 – Prêmio pelo risco de mercado	92
4.2.3 – β (beta)	94
4.3 – Cálculo da taxa de desconto pela Simulação de Monte Carlo	96
4.4 – Cálculo da taxa de desconto pela combinação do CAPM com a Simulação Monte Carlo	103
5 – APLICAÇÃO DA METODOLOGIA COM BASE EM ESTUDO DE CASO.....	104
5.1 – Introdução	104
5.2 – Caracterização do ativo.....	104
5.3 – Estruturação e projeção do fluxo de caixa	105
5.4 – Cálculo da taxa de desconto pelo CAPM	109
5.5 – Cálculo da taxa de desconto pela Simulação Monte Carlo.....	110
5.6 – Cálculo da taxa de desconto pela combinação do CAPM com Simulação DE Monte Carlo	113
5.7 – Taxas de desconto obtidas	114
6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS	119
6.1 – Conclusões	119
6.2 – Utilidade do estudo	121
6.3 – Sugestão para novas pesquisas	122
7 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	123

1 – INTRODUÇÃO

1.1 – Preliminares

A avaliação de bens tem apresentado uma significativa evolução no Brasil, tanto do ponto de vista de métodos e técnicas, quanto em relação à normatização. De acordo com Benvenho (2019), os primeiros trabalhos técnicos sobre avaliação de imóveis datam de 1918, tendo havido grande desenvolvimento nas décadas seguintes, sobretudo devido à necessidade destes procedimentos no estabelecimento de impostos sobre propriedade, vinculação de garantias em financiamentos e determinação da justa indenização em desapropriações, sendo esta última extremamente intensificada com a implantação do metrô de São Paulo, na década de 1960.

Segundo Florencio (2010), a primeira norma de avaliação brasileira foi publicada em 1952. Em 1974 foi realizado o primeiro Congresso Brasileiro de Engenharia de Avaliações, na cidade de São Paulo, onde diversos trabalhos sobre o tema foram apresentados, versando de uma maneira predominante sobre imóveis.

De acordo com o Appraisal Institute (2013), para executar a avaliação de um bem, há três abordagens possíveis, que não são mutuamente excludentes, quais sejam o método comparativo ou das vendas, o método do custo e o método da renda.

Na abordagem pelo método comparativo ou das vendas, o valor é determinado pela comparação com bens similares transacionados e/ou ofertados no mesmo mercado ou em mercado similar ao do bem avaliando. No método do custo, o valor do bem é estimado a partir dos custos diretos e indiretos para reprodução do bem, descontada eventual depreciação. Já no método da renda, o valor do bem objeto da avaliação é determinado pelo cômputo das rendas futuras esperadas decorrentes da propriedade do mesmo.

Muito embora o método comparativo seja o preferido para determinar o valor de um bem, segundo Rottmann (2007), ele se presta a análise de bens uniformes, mas não pode ser utilizada em bens singulares, devido à ausência de elementos de comparação.

Dentro das referidas singularidades, pode-se destacar empresas, ativos intangíveis, imóveis com particularidades físicas ou de aproveitamento, indústrias, jazidas e o objeto deste trabalho, os empreendimentos. De acordo com ABNT (2019, p. 4), empreendimentos são:

conjunto de bens capaz de produzir receitas por meio de comercialização ou exploração econômica, podendo ser imobiliário (por exemplo, loteamento, prédios comerciais/residenciais), de base imobiliária (por exemplo, hotel, shopping center, parques temáticos), industrial ou rural

Na avaliação de empreendimentos (e outras classes de ativos singulares), o método mais adequado é o método da capitalização da renda, o qual, segundo ABNT (2019, p. 26): “Identifica o valor do bem, com base na capitalização presente da sua renda líquida prevista, considerando-se cenários viáveis”.

A implementação do método da capitalização da renda na avaliação de ativos é realizada pelo Fluxo de Caixa Descontado, que consiste na estruturação de um modelo de análise de receitas, despesas e custos, a projeção futura delas dentro de um horizonte projetivo consistente com as características do ativo em análise e a atualização destes valores (em outras palavras, trazer a valor presente os valores futuros) a uma taxa de desconto conveniente, que reflita os riscos do ativo e das projeções estimadas.

Este é um ponto extremamente importante na avaliação de ativos pelo fluxo de caixa descontado, a análise de risco e a definição da taxa de desconto. Segundo Damodaran (2007), a taxa de desconto deve refletir o grau de risco dos fluxos de caixa. Em última instância, a taxa de desconto incorpora os riscos do ativo e se comporta como a rentabilidade que um investidor esperaria obter para aplicar seu capital no mesmo.

Segundo ABNT (2002, pg. 4), incerteza são “possíveis variações aleatórias nos resultados esperados, quantificáveis ou não por probabilidade”. Quando a incerteza é quantificável, denomina-se risco: “parte da incerteza que pode ser quantificada por probabilidade”. Já Knight (1921, p. p.214) coloca:

...A Incerteza precisa ser considerada com um sentido radicalmente distinto da noção comumente aceita de Risco, do qual nunca foi adequadamente

separada... O aspecto essencial está no fato de “Risco” significar, em alguns casos, uma variável passível de ser medida, enquanto em outros o termo não aceita esse atributo; além disso, há enormes e cruciais diferenças nas consequências desses fenômenos, dependendo de qual dos dois esteja realmente presente e operante... Está claro que uma incerteza mensurável, ou o risco propriamente dito, na acepção que utilizaremos, é tão diferente de uma incerteza não-mensurável, que não se trata, de forma alguma, de uma incerteza.

Existem diversos modelos adotados para a análise de risco e cálculo da taxa de desconto. Um dos primeiros modelos que buscava estimar a taxa de desconto foi a denominada TMA – Taxa Mínima de Atratividade, assim definida pela ABNT (2002, pg. 5): “Taxa de desconto do fluxo de caixa, compatível com a natureza e características do empreendimento, bem como com a expectativa mínima de emulação do empreendedor, em face da sua carteira de ativos”. Resumidamente, tratava-se de uma composição de alguma taxa de rentabilidade de mercado, usualmente a taxa do Sistema de Liquidação e Custódia (SELIC) ou taxa de rentabilidade dos Certificados de Depósito Interbancários (CDI), composta com um prêmio de risco arbitrado:

$$TMA = (1 + r) \times (1 + w) - 1, \quad (1)$$

onde:

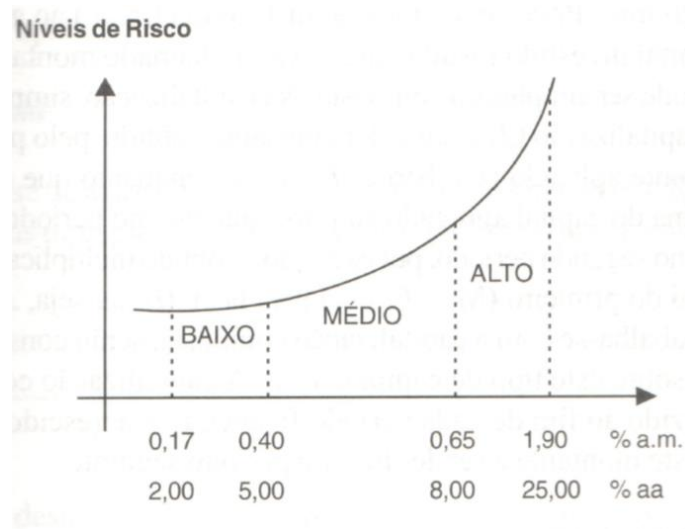
TMA = Taxa Mínima de Atratividade;

r = rentabilidade de investimentos financeiros de baixo risco;

w = prêmio pelo risco.

A taxa de rentabilidade é facilmente observável no mercado financeiro. O grande problema neste modelo é o prêmio pelo risco, que era arbitrado pelo avaliador, procedimento revestido de subjetividade. Alguns autores tentaram criar gradações para o prêmio de risco, tais como Dantas (1999 apud Zeni, 1996), mas isso não resolvia o problema da arbitragem subjetiva. Com o agravante de que os resultados do fluxo de caixa são altamente sensíveis a alterações na taxa de desconto.

Figura 1: Níveis de risco



Fonte: Dantas (1999 apud Zeni, 1996).

Na literatura financeira, o método mais adotado na estimativa da rentabilidade de investimentos, segundo Koller, Goedhart e Wessels (2005), é o CAPM (*Capital Asset Pricing Model*). De acordo com Pratt e Grabowski (2008), ele é, junto com o *Buil Up Method*, o mais adotado para determinação do custo de capital próprio (*equity capital*). Segundo os autores, também existem o modelo APT (*Arbitrage Pricing Theory*), também mencionado em Copeland, Koller e Murrin (2002), e o modelo de 3 fatores de Fama e French (Fama e French, 1993).

O CAPM tem sido extensivamente utilizado na avaliação de ativos publicamente negociados, como empresas e ações. De acordo com Pratt e Grabowski (2008), a rentabilidade esperada (taxa de desconto, k_e) para o capital próprio da empresa é a composição de uma taxa livre de risco (r_f) somada ao prêmio pelo risco de mercado, que é a diferença entre a rentabilidade de uma carteira de mercado (E_m) subtraída da rentabilidade do ativo sem risco, multiplicado pelo coeficiente de risco do ativo avaliando (β).

$$k_e = r_f + \beta \times (E_m - r_f), \quad (2)$$

O coeficiente de risco do ativo é calculado pela correlação dos retornos do ativo avaliando (R_a) em relação aos retornos do mercado (R_m).

$$\beta = \frac{\text{cov}(R_a, R_m)}{\sigma^2(R_m)}, \quad (3)$$

Para avaliação de ativos reais, que não são publicamente negociados, há limitações para uso do CAPM, devido a impossibilidade do cálculo do coeficiente de risco beta do ativo. Como se verá no capítulo 3, esta estimativa é possível, mas depende de hipóteses adicionais.

Além disso, a formulação do CAPM indica que ele quantifica apenas os riscos sistemáticos, ou seja, aqueles que não podem ser eliminados por diversificação e afetam todos os ativos da economia. Isto porque sua base teórica considera que os investidores são diversificados, ou seja, não são afetados pelo risco específico de um determinado ativo. No entanto, na avaliação de um ativo particular, os riscos específicos podem ser importantes na determinação do seu valor, e sua desconsideração pode gerar um subdimensionamento do risco e consequente superavaliação daquele.

Gitman (2002) recomenda a adoção de Taxa de Desconto Ajustadas ao Risco (TDAR) que deverá incorporar os riscos inerentes dos fluxos de caixa de determinado projeto. Quanto maiores os riscos de determinado projeto, maior a taxa de desconto e menor o valor presente do projeto. O autor recomenda adotar um modelo similar ao CAPM, substituindo do coeficiente beta pelo coeficiente de variação do projeto.

Uma alternativa na análise de risco são os modelos probabilísticos. Segundo ABNT (2002, pg. 11):

Nos modelos probabilísticos, uma vez identificadas as variáveis-chave do modelo, por meio da análise de sensibilidade, e identificadas as respectivas distribuições de probabilidade associadas, são aceitáveis, entre outros, os seguintes processos genéricos para quantificação de risco do empreendimento:

- seleção ao acaso de uma combinação de valores para as diversas variáveis-chave através de técnicas de simulação (como a técnica de Monte Carlo), com o objetivo de gerar a distribuição dos resultados possíveis;
- identificação da distribuição normal dos resultados possíveis, como no método das variações paramétricas

Dentro dos modelos probabilísticos propostos, está a Simulação de Monte Carlo, técnica consagrada na análise de risco de projetos de investimento, segundo Kroese *et al* (2014). Esta técnica envolve a seleção de variáveis-chave (variáveis que causam maior impacto nos resultados do fluxo de caixa), a atribuição de distribuições de probabilidade às mesmas e a simulação por meio da geração de números aleatórios, resultando numa distribuição de probabilidade (que como será visto tenda a uma distribuição normal) para o valor do ativo. A partir daí, usa-se a média e o desvio padrão para a análise do risco, determinando-se uma taxa de desconto, que é denominada de TDAR, que em tese reflete os riscos específicos do ativo.

Benvenho (2014) expõe que é importante o uso da TDAR, por meio da Simulação Monte Carlo, pois ela permite analisar riscos específicos do fluxo de caixa, o que permite uma melhor análise dos mesmos, bem como uma melhor fundamentação da avaliação.

Florencio e Alencar (2016) apresentam uma aplicação da TDAR em uma avaliação de um empreendimento de base imobiliária, ressaltando a necessidade de análise de cenários estressados e adotando, como taxa básica para o cálculo da função densidade de probabilidade do valor econômico a taxa livre de risco.

Apesar do modelo de cálculo de taxa de desconto pela Simulação de Monte Carlo apresentar coerência teórica, especialmente para análise de riscos específicos do ativo avaliando, ainda há poucos estudos que analisem as taxas de rentabilidade de mercado esperadas no investimento em empreendimentos. Além disso, a metodologia permite estimar apenas os riscos modelados explicitamente no fluxo de caixa. Existem dúvidas quanto à possibilidade de que a taxa de desconto oriunda da Simulação de Monte Carlo consiga captar riscos sistemáticos de forma eficiente, especialmente em investimentos nos quais a variabilidade das variáveis-chave seja pequena, o que é observado, principalmente, em empreendimentos de base imobiliária consolidados.

1.2 – Hipótese

A hipótese apresentada nesta dissertação é de que as ferramentas disponíveis na avaliação de empreendimentos não são suficientes para captar de forma simultânea os riscos sistemáticos e não sistemáticos (específicos) para determinado ativo, especialmente

quando se trata daqueles que não são publicamente transacionados. Com efeito, tanto o CAPM quanto os métodos de ajuste de risco pela TDAR não são eficientes em determinar, de forma independente, uma taxa de desconto que possa refletir, de forma coerente, os riscos do empreendimento.

1.3 – Objetivo

O objetivo da presente dissertação é o de apresentar uma metodologia para cálculo da taxa de desconto em avaliação de ativos reais pelo fluxo de caixa descontado, capaz de quantificar os riscos sistemáticos e não sistemáticos a que ele esteja exposto, de modo a que o valor final de avaliação incorpore estes riscos de forma explícita.

Não é objeto deste trabalho estabelecer valores explícitos para taxas de desconto para qualquer tipo de ativo. As variáveis numéricas aqui apresentadas não devem ser utilizadas em outros trabalhos sem os devidos ajustes e testes de coerência e consistência com o ativo objeto da análise.

1.4 – Justificativa

O cálculo da taxa de desconto para determinação do valor de ativos reais pelo fluxo de caixa descontado é um dos assuntos mais polêmicos neste tipo de avaliação. Diversas metodologias foram apresentadas. Algumas, como a TMA e o *Build Up Method* tem limitações, pois o prêmio (ou prêmios) pelo risco do ativo é (são) arbitrado(s), e pode(m) ser questionado(s). Modelos com o APT e os 3 fatores de Fama e French são pouco usados, dependem de uma série de informações nem sempre disponíveis e tem aplicação limitada para ativos que não são publicamente negociados.

O CAPM, por sua vez, apesar de ser largamente empregado, apresentar simplicidade estrutural e depender de informações cuja obtenção é relativamente fácil, apresenta as limitações já citadas, sobretudo no que diz respeito à avaliação de ativos reais sem negociação pública constante.

A utilização da Simulação de Monte Carlo, apesar de já ser um tópico bastante desenvolvido na análise de risco, é relativamente recente na avaliação de ativos reais e

empreendimentos e, mais especificamente, na determinação da taxa de desconto para aplicação no fluxo de caixa descontado. Apesar de coerente teoricamente, não há estudos que concluam que ela capte adequadamente os riscos do empreendimento, sobretudo sistemáticos, que afetam a economia como um todo.

Neste sentido, a conjunção dos métodos – CAPM e Simulação Monte Carlo – se justifica pela finalidade de buscar uma sistemática mais robusta na análise de risco e determinação da taxa de desconto em avaliações de empreendimentos.

1.5 – Metodologia

De acordo com Marconi e Lakatos (2007, p. 46):

O método é o conjunto das atividades sistemáticas e racionais que, com maior segurança e economia, permite alcançar o objetivo – conhecimentos válidos e verdadeiros -, traçando o caminho a ser seguido, detectando erros e auxiliando as decisões do cientista.

Já Castro (2006, p. 94) leciona sobre pesquisa e método:

A pesquisa tem algumas semelhanças com os contos policiais. A natureza é misteriosa, se esconde. O investigador usa de toda sua argúcia para desvendar seus segredos. De acordo com as negações da natureza, escolhe nova estratégia, muda de disfarce. Seus planos de ação precisam se ajustar aos avanços e recuos de sua presa.

Mais concretamente, o método se ajusta ao mistério que queremos desvendar. E, como não conhecemos perfeitamente o objeto de estudo, novas pistas nos vão levando a mudar de tática quando a primeira se revela inadequada.

Diante disso, tendo em vista o objetivo explícito desta dissertação, de **apresentar metodologia para cálculo da taxa de desconto em avaliação de ativos reais, pelo fluxo de caixa descontado, capaz de captar os riscos sistemáticos e não sistemáticos a que o mesmo está exposto**, a mesma considerará a combinação do modelo CAPM com a análise probabilística de risco, efetuada esta pela imposição de perturbações aleatórias nas variáveis-chave do modelo do fluxo de caixa descontado, seguida pela geração de uma distribuição de probabilidade para o valor do ativo, com o uso da simulação Monte Carlo, e por fim, associar-se uma taxa de desconto por meio da análise de valor em risco.

Neste âmbito, o desenvolvimento do trabalho seguirá as seguintes etapas: (i) Revisão bibliográfica, (ii) Combinação do CAPM com a simulação Monte Carlo para desenvolver uma sistemática para determinação da taxa de desconto, (iii) Seleção de ativo (empreendimento) para avaliação utilizando a metodologia combinada e (iv) Comparação com dados públicos de transações de ativos similares para verificar a coerência do modelo proposto. Referidas etapas estão detalhadas a seguir:

i. Revisão bibliográfica

Promoveu-se uma ampla revisão bibliográfica sobre temas de engenharia de avaliações, análise econômico-financeira, mensuração e análise de risco e *real estate* em livros, teses, dissertações e artigos técnicos.

O objetivo desta etapa foi de aprofundar os conceitos e métodos utilizados nesta dissertação, sobretudo no que diz respeito a avaliação pelo fluxo de caixa descontado e a evolução dos conceitos de análise de risco ao longo do desenvolvimento da teoria econômica.

Também buscou-se evidenciar o estado da arte das pesquisas no campo de avaliação econômica, cálculo da taxa de desconto e análise e mensuração de risco.

ii. Combinação do CAPM com a simulação Monte Carlo para desenvolver uma sistemática para determinação da taxa de desconto

Nesta etapa desenvolvem-se os fundamentos de como utilizar a combinação das metodologias descritas para o cálculo da taxa de desconto eficiente no sentido de captar os riscos sistemáticos e não sistemáticos do ativo avaliando.

Com relação ao CAPM, discute-se quais dados devem ser usados para suas variáveis: taxa livre de risco, prêmio pelo risco de mercado e beta, evidenciando-se o porquê da adoção elegida nesta dissertação. Também se discute a taxa de desconto resultante da metodologia específica.

No caso da simulação de Monte Carlo, debate-se as possíveis distribuições a serem associadas às variáveis-chave, o porquê do resultado da distribuição ser uma normal e questões sobre nível de proteção do risco pela metodologia.

Por fim, é apresentada a sistemática para combinação das abordagens no cálculo da taxa de desconto.

iii. Seleção de ativo para avaliação utilizando a metodologia combinada

Nesta etapa, é feita a seleção de um ativo para a aplicação prática da metodologia descrita na etapa (ii). Para esta etapa foi escolhido um empreendimento de base imobiliária, do tipo *shopping center*. O exemplo é real, mas o nome do empreendimento será omitido, bem como os valores apresentados na modelagem do fluxo de caixa foram alterados em função da confidencialidade.

Modela-se o fluxo de caixa, nos termos da ABNT (2002) e, após a seleção das variáveis-chave, é realizada a simulação de Monte Carlo e calculada a taxa de desconto.

Com o valor da taxa de desconto calculada, é realizada a avaliação do empreendimento.

iv. Comparação com dados públicos de transações de ativos similares

De posse da taxa de desconto do ativo (empreendimento) analisado, construiu-se uma amostra de *shopping centers* negociados entre 2014 e 2020, cujas rentabilidades esperadas foram declaradas pelos adquirentes ou estimadas em publicações de mercado. Esta rentabilidade foi expressa por meio da métrica conhecida com *cap rate*, que se trata da divisão do lucro líquido pelo valor de aquisição.

Embora esta rentabilidade não tenha sido efetivamente medida, pois os dados do lucro dos empreendimentos negociados não estavam disponíveis, o que pode gerar alguma incerteza nestas taxas, convém salientar que o mercado usa os *cap rates* divulgados como *benchmark* para investimentos em empreendimentos de base imobiliária, sobretudo os

referidos *shopping centers*, mas também imóveis para aluguel de escritórios e com finalidade logística.

Portanto, esta medida, ainda que com limitações, se presta a verificar, ao menos de forma qualitativa e aproximada, a coerência ou não da taxa de desconto calculada pela metodologia proposta.

Por fim, esta comparação com taxas observadas no mercado também tem como objetivo colocar a hipótese, de que a metodologia proposta apresenta taxas de desconto mais coerentes devido a consideração dos riscos sistemáticos e não sistemáticos, seja colocada à prova, ou, nas palavras de Popper (2007), permitir seu falseamento empírico.

1.6 – Estrutura

A presente dissertação está estruturada em 6 (seis) capítulos. No Capítulo 1 é realizada a contextualização do problema a ser tratado no trabalho, apresentando um ponto ainda alvo de controvérsia, tanto no ambiente acadêmico como no profissional. Na sequência, são apresentadas a hipótese, o objetivo, a justificativa, a metodologia e estrutura da dissertação.

No Capítulo 2 há uma discussão sobre avaliação e análise de risco em ativos reais, incluindo uma detalhada discussão sobre o método do fluxo de caixa descontado.

No Capítulo 3 são apresentadas as principais ferramentas de análise de risco em ativos reais – CAPM e Simulação Monte Carlo – as quais são utilizadas na presente dissertação. São discutidas sua utilização e suas limitações.

No capítulo 4 é apresentada a metodologia proposta de combinar o CAPM com a Simulação de Monte Carlo para o cálculo de taxa de desconto que capte os riscos sistemáticos e não sistemáticos do ativo. Neste capítulo também são discutidas as variáveis que devem ser adotadas no modelo CAPM e a forma de estimar funções de distribuição de probabilidades para uso na simulação Monte Carlo, especialmente na ausência de séries históricas.

O capítulo 5 aborda um estudo de caso de um *shopping center*, com seus dados respectivos, de modo a implementar um fluxo de caixa e aplicar a metodologia apresentada no Capítulo 4. Também contempla a comparação da taxa de desconto calculada com *cap rates* oriundos de pesquisa de mercado relativos à negociação de diversos ativos (empreendimentos) similares ao analisado.

No capítulo 6 são apresentadas as conclusões desta dissertação, bem como são discutidos pontos fortes e fracos da metodologia proposta e apresentadas sugestões para estudos futuros.

Por fim, há a bibliografia de suporte.

2 – AVALIAÇÃO E ANÁLISE DE RISCO DE ATIVOS REAIS

2.1 – Ativos reais

De acordo com CFC (2019, pg. 11), ativo é definido como “um recurso econômico presente controlado pela entidade como resultado de eventos passados”. Ainda, segundo o mesmo autor, Recurso Econômico é “um direito que tem o potencial de produzir benefícios econômicos”. Portanto, ativo é um direito que determinada entidade (empresa) possui, que é controlada pela mesma, com potencial de geração de benefícios econômicos (lucros, dividendos, receitas, etc.), e que é resultado de eventos passados (compra, permuta, construção, etc.).

Existem diversas classificações de ativos, dependendo da finalidade. Por exemplo, ABNT (2014, pg. 3):

Um ativo é um item, algo ou entidade que tem valor real ou potencial para uma organização. O valor irá variar entre diferentes organizações e suas partes interessadas, e pode ser tangível ou intangível, financeiro ou não financeiro.

Um ativo tangível é um ativo que apresenta tangibilidade, ou seja, existência física. Por exemplo, moeda, metais preciosos, imóveis, direitos sobre propriedade e outros. Já um ativo intangível é um ativo sem existência física, tendo como exemplo marcas, patentes, propriedade intelectual e outros.

Ativos financeiros são ativos derivados de direitos contratuais ou reivindicação de propriedade, e são constituídos basicamente de obrigações financeiras, tais como ações, moeda, títulos do tesouro, fundos de investimento e outros. Eles podem ser tanto tangíveis, como uma nota de real ou um título público ou intangíveis, tais como fundos de investimento e outros. Por outro lado, ativos não financeiros são ativos não derivados de instrumentos financeiros, como imóveis, máquinas, equipamentos e outros.

Portanto, ativos reais, com base nas definições acima são ativos tangíveis e não financeiros cuja característica principal é a existência física, daí o nome de ativo real, e não são derivados de contratos ou instrumentos financeiros.

2.2 – Abordagens a avaliação de ativos

2.2.1 – Uma visão geral

Na avaliação de ativos, segundo Benvenho (2019), existem três métodos, também denominados abordagens, que podem ser aplicados de forma individual ou conjugada: comparativo, custo e renda, o denominado tripé metodológico.

O método comparativo, ou abordagem de vendas, pauta-se pelo princípio da substituição, e busca identificar o valor do ativo através de comparação com bens similares no mercado. O método do custo ou abordagem do custo, pautado pela teoria objetiva de valor, estima o valor do ativo através dos custos necessários para reproduzir o mesmo. Já o método da renda, ou abordagem da renda, é pautado pelo princípio da antecipação e calcula o valor do bem através do cálculo de suas rendas futuras, trazidas a valor presente.

Segundo RICS (2019), não existe prevalência de qualquer método sobre o outro, e que os mesmos devem ser utilizados de acordo com o bem a ser avaliado e as informações disponíveis ao avaliador, a não ser que existam disposições estatutárias ou regulatórias que determinem o emprego de uma abordagem específica.

Por outro lado, o IVSC (2019) indica que evidências de preços de mercados ativos são os mais fortes indicativos para a determinação do valor de determinado bem, o que indica uma preferência pelo método comparativo.

No âmbito da prática avaliatória brasileira, as abordagens pelo método comparativo e pelo método do custo são predominantes, sobretudo no que diz respeito à avaliação imobiliária. A metodologia comparativa é bastante adequada a bens que apresentam mercado ativo, tais como imóveis com algum grau de padronização, como casas, apartamentos, terrenos, lojas ou escritórios. Também é bastante útil na avaliação de imóveis rurais, automóveis, semoventes e outros. O método do custo é bastante usado em situações de bens com um mercado não tão evidente, calculando-se o seu custo de reprodução e estimando a depreciação com base na idade, estado de conservação e outros.

De fato, a própria definição de valor de mercado de um bem, apresentada por ABNT (2019, pg. 7): “quantia mais provável pela qual se negociaria voluntária e conscientemente um bem, em uma data de referência, dentro das condições do mercado vigente”, indica que ele é calculado em bases comutativas, ou seja, por meio de comparação.

Do ponto de vista do desenvolvimento da ciência avaliatória no Brasil, esta preferência pelo método comparativo, junto com o método do custo, é bastante lógica, pois praticamente todos os estudos sobre avaliação foram realizados por engenheiros, que apresentam uma visão bastante cartesiana, ou seja, determinado bem vale o quanto custa ou o quanto se está disposto a pagar por ele. Já no caso do método da renda, há a necessidade de prever rendas futuras, na qual há a necessidade de estimativas futuras, exercício esse que muitas vezes não se mostra confortável para os engenheiros.

Com efeito, de acordo com Caires (2007), o rendimento líquido de um ativo qualquer a um determinado instante de tempo t é $R(t)$. Considerando uma taxa de desconto j constante no tempo e adequada ao ativo, tem-se que seu valor presente é $e^{-jt}R(t)dt$. Ainda seguindo seus, se o ativo em questão for operado até o instante T , sendo seu valor residual nesse instante S , o valor do ativo é igual ao fluxo descontado envolvendo as rendas líquidas e o valor residual, o qual é denominado $L(T)$, tem-se:

$$L(T) = \int_0^T e^{-jt}R(t)dt + Se^{-jT}, \quad (4)$$

Portanto, para o cálculo do valor do ativo, faz-se necessário estimativas futuras das rendas $R(t)$ ao longo do período de operação, bem como uma taxa de desconto j que reflita a rentabilidade esperada dele, além do valor residual S ao final da sua vida útil. E os resultados são altamente sensíveis a alterações nas estimativas das rendas e das taxas, o que fazia, segundo Rottmann (2007), que a comunidade avaliatória brasileira encarasse com ressalva os resultados oriundos do método da renda.

2.2.2 – Avaliação pelo fluxo de caixa descontado

Segundo Florencio (2018), a avaliação de empreendimentos, especialmente de base imobiliária,¹ para fins de vinculação de garantia no momento da operação de financiamento, é feita pela soma do valor de mercado do terreno com o custo depreciado das benfeitorias. Este valor é ajustado pelo fator de comercialização para estimativa do valor de mercado.

Este procedimento é devido, segundo o referido autor, a inexistência de dados de mercado para uso do método comparativo e trata-se de uma abordagem simplista que pode levar a determinação incorreta do valor do ativo.

Por outro lado, há muito tempo dispõe-se de literatura específica no Brasil para avaliação de empresas e outros ativos financeiros, com base na geração de renda, dentre os quais citam-se Neiva (1992) e Falcini (1995), além de extensa bibliografia na análise de investimentos e avaliação de projetos.

Em face a isso, considerando que o empreendimento é um ativo cujo objetivo é o de geração de renda, seja por meio da operação como é o caso de shopping centers, hotéis, indústrias, ou pela venda de produtos, como os loteamentos e incorporações imobiliárias, o emprego do método da renda na avaliação deles é bastante coerente com a natureza deste tipo de bem.

A incorporação do ferramental de análise econômica, com o emprego do método da renda, foi oficializada na prática avaliatória brasileira por ABNT (2002), no qual constam todos os ditames preconizados para a avaliação de empreendimentos pelo método da renda. Na supracitada publicação são estabelecidos os princípios para emprego do Fluxo de Caixa Descontado na avaliação deste tipo de ativo.

O FCD é hoje o método mais utilizado na avaliação de ativos financeiros, tais como ações, opções e títulos. No mercado financeiro, ele tem primazia absoluta sobre outros métodos.

¹ Segundo ABNT (2002, pg. 3), empreendimento de base imobiliária é “Empreendimento em imóvel destinado à exploração de comércio ou serviços”.

No transcorrer dos anos, a utilização do FCD foi expandida para a avaliação de ativos reais e intangíveis, bem como na análise de viabilidade de projetos de investimento.

Damodaran (2006a) apresenta duas formas de avaliação via FCD: patrimônio líquido e empresa. A distinção destas duas abordagens refere-se à fração que está sendo avaliada. O modelo de avaliação do patrimônio líquido foca sua atenção nos investidores de uma empresa, e desconta os fluxos de caixa a uma taxa ajustada aos riscos dela do ponto de vista destes investidores. Por outro lado, o modelo de avaliação da empresa abrange todo o negócio, incluindo os investidores, e outras fontes de financiamento, tais como dívidas. Neste caso, os fluxos de caixa são descontados a uma taxa balanceada entre àquela ajustada ao risco dos investidores e aquelas das outras fontes de financiamento, tais como taxas de juros de empréstimos, considerados aí os benefícios fiscais.

Conforme constata-se, a diferença básica entre os modelos de avaliação FCD se concentra nas taxas de desconto dos fluxos de caixa. No entanto, existem diferenças na projeção dos fluxos de caixa das duas abordagens. No presente trabalho será utilizado modelo FCD do patrimônio líquido. Logo, não serão aprofundadas discussões a respeito do FCD empresarial.

Ainda de acordo com Damodaran (2006a), existem dois modelos de avaliação FCD do patrimônio líquido, o modelo de desconto de dividendos e o modelo de desconto do fluxo de caixa livre para o acionista.

O modelo de desconto de dividendos parte do princípio de que um investidor que compra ações espera obter dois fluxos de caixa: os dividendos durante o período em que conservam a ação e um preço ao final deste período, que neste caso, é determinado pelos rendimentos futuros. Considerando o valor de uma ação, tem-se:

$$\text{Valor da ação} = \sum_{t=1}^{t=\infty} \frac{E(DPS_t)}{(1 + k_e)^t}, \quad (5)$$

onde:

$E(DPS_t)$ = dividendos esperados da ação no período t

k_e = Custo do patrimônio líquido²

De acordo com Damodaran (2006a), o raciocínio para o modelo reside na regra do valor presente – o valor de qualquer ativo é o valor presente dos fluxos de caixa esperados, descontado a uma taxa adequada ao grau de risco dos fluxos que estão sendo descontados.

Os pontos básicos na determinação deste valor são as previsões dos fluxos de caixa esperados e a taxa de desconto a ser utilizada.

Projeções explícitas para fluxos de caixa na perpetuidade são impossíveis e, partindo-se do princípio de que empresas negociadas no mercado de ações tem duração indefinida, ao menos em teoria, várias versões alternativas deste modelo foram desenvolvidas, considerando diferentes hipóteses sobre o crescimento dos fluxos. Apresentaremos o mais simples e o mais difundido, conhecido como Modelo de Gordon. Ele relaciona o valor de uma ação com seus dividendos do próximo período, com a taxa esperada de retorno e a taxa de crescimento dos dividendos.

A partir deste modelo, podem ser consideradas várias hipóteses de crescimento, como um período de crescimento extraordinário e um estável, dois, três ou mais períodos de crescimento diferente. Apresentaremos o modelo mais simplificado, que é aquele considerando a empresa em crescimento estável.

$$\text{Valor da ação} = \frac{DPS}{r - g}, \quad (6)$$

onde:

DPS = dividendo esperado no período;

r = taxa de retorno para o patrimônio líquido;

g = taxa de crescimento perpétua dos dividendos.

² Esta é a taxa de desconto.

O modelo de desconto do fluxo de caixa livre para o acionista não representa uma ruptura radical em relação ao modelo de desconto de dividendos.

De acordo com Damodaran (2006a), o fluxo de caixa livre para o acionista FCFE³ consiste no fluxo de caixa residual após as necessidades de investimento e pagamento de financiamentos. A expressão mostra uma forma simplificada de cálculo:

FCFE = Receita Líquida + Depreciação – Desembolsos de Capital – Variações no Capital de Giro – Pagamentos de Dívida + Novos Financiamentos.

Analogamente ao modelo de desconto de dividendos, o modelo de descontos do fluxo de caixa para o acionista pode ser escrito como segue:

$$\text{Valor da ação} = \sum_{t=1}^{t=\infty} \frac{E(\text{FCFE}_t)}{(1 + k_e)^t}, \quad (7)$$

onde:

$E(\text{FCFE}_t)$ = fluxos de caixa livres esperados da ação no período t

k_e = Custo do patrimônio líquido

Este modelo considera o crescimento estável dos fluxos de caixa. Damodaran (2006) apresenta modelos para diferentes períodos de crescimento. Na prática, é usual a divisão do fluxo de caixa em dois componentes, um de previsões explícitas de crescimento e outro, logo na sequência, considerando um crescimento estável⁴. Tal situação é recomendada em Copeland, Koller e Murrin (2002):

$$\text{Valor} = \text{Valor presente do fluxo de caixa durante o período de previsão explícita} + \text{Valor presente do fluxo de caixa após período de previsão explícita}$$

³ Para simplificar o texto, adota-se a sigla original de Damodaran, 2006, FCFE, acrônimo para o inglês Free Cash Flow to Equity.

⁴ Similar ao modelo de desconto de dividendos de Gordon.

A este componente, após a previsão explícita, é dado o nome de valor contínuo ou valor de perpetuidade. Normalmente é utilizado o fluxo de caixa do último ano do período de previsão explícita, dividido pelo custo do capital (taxa de desconto). Assim sendo, a determinação do valor de uma empresa (ou do patrimônio líquido) pode ser expressa conforme a seguir:

$$\text{Valor da ação} = \sum_{t=1}^T \frac{E(\text{FCFE}_t)}{(1 + k_e)^t} + \frac{\left(\frac{\text{FCFE}_T}{k_e}\right)}{(1 + k_e)^T}, \quad (8)$$

Embora tenham ocorrido discussões sobre as possíveis implementações do método da renda, diferenciando a capitalização simples do fluxo de caixa descontado, a IVSC (2019) não apresenta mais esta segregação, informando que todas as implementações do método da renda são derivadas do fluxo de caixa descontado.

Mesmo com a grade evolução dos métodos de avaliação econômica no Brasil, incluindo a publicação de diversos livros e artigos técnicos, bem como a já referida norma (ABNT, 2002), há ainda alguma desconfiança em utilizar o método da renda como abordagem para avaliação de empreendimentos ou imóveis. Com efeito, Rocha Lima Júnior (1994) afirma que a avaliação só pode ser feita por comparação com bens assemelhados ou por meio do custo de reposição. No entanto, para empreendimentos, quando adotado o método da renda, o conceito correto é o de arbitrar o valor, pois o avaliador assume a postura de investidor, arbitrando o crescimento das receitas, a taxa de rentabilidade e o horizonte projetivo.

Por outro lado, Damodaran (2014) afirma que a determinação do valor de um ativo só é possível pelo emprego do fluxo de caixa descontado. Outras técnicas, como a comparação direta se prestam a precificação do ativo, e não a sua avaliação.

Há argumentos de que o efetivo valor de mercado do ativo é aquele determinado pelo método da renda, e caso ocorra diferença entre o mesmo e o valor do método comparativo, ocorre algum desequilíbrio de mercado. Neste sentido OCDE (2001) considera que o fluxo de caixa, nos termos da equação 2 gera uma série de receitas anuais (FC_t) a uma taxa de retorno k , exigida pelo investidor, o que gera um V_0 específico para

aquele ativo. Caso o valor pedido médio de mercado V seja diferente de V_0 , têm-se duas possíveis situações: (i) $V > V_0$, neste caso a taxa de rentabilidade k_i é menor do que k exigida pelo investidor e ele não comprará o ativo; isso gera uma diminuição da demanda do mesmo e, em consequência, uma redução ao preço de equilíbrio V_0 ; (ii) $V < V_0$, neste caso a taxa de rentabilidade k_i é maior que a taxa exigida k , e ocorrerá elevada demanda pelo ativo, com consequente elevação até o preço de equilíbrio V_0 .

De qualquer forma, o mercado avaliatório brasileiro já está bastante amadurecido no sentido do uso do método da renda para avaliação de empreendimentos, ou para análise de viabilidade de investimentos. Essa metodologia é correntemente empregada em avaliações para negociação, atendimento de normas contábeis, acompanhamento da posição de ativos em carteiras de investimentos, vinculação de garantias em operações de crédito bancário, securitização, discussões societárias, dentre diversas finalidades.

A ABNT (2002, p. 13) apresenta uma visão dos componentes principais do método a serem analisados durante o estudo de valoração:

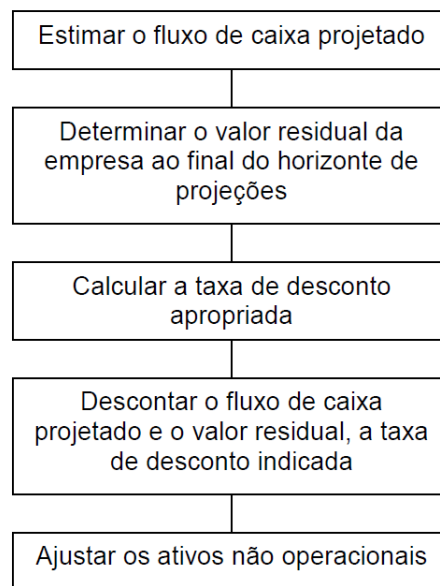
9.4 Componentes principais do método

A aplicação do método requer a determinação dos seguintes componentes principais:

- a) o fluxo de caixa projetado é determinado a partir de modelos de simulação aplicáveis às características do empreendimento em questão. Esses modelos levam em conta as variáveis-chave, bem como disponibilidade de insumos, regularidade de demanda, capital imobilizado no giro, margens, estoques, dentre outros;
- b) ao final do horizonte projetivo, deve-se considerar o valor residual ou o valor da perpetuidade do empreendimento;
- c) a taxa de desconto utilizada para calcular o valor presente do fluxo de caixa projetado pode ser determinada pelo custo ponderado de capital, pela taxa mínima de atratividade do empreendimento, dentre outros;
- d) a taxa de crescimento (positiva, negativa ou nula) de variáveis-chave do empreendimento pode ser estimada por sua evolução nos últimos anos, quando for presumida a continuidade das condições passadas. Esta análise pode ser feita por meio da determinação de tendências ou por análise de séries temporais, com o emprego de informações setoriais e de conjuntura;
- e) no caso de novos empreendimentos, deve ser considerada a capacidade de absorção do produto no mercado, bem como o estágio logístico do comportamento da demanda, por meio da análise, por exemplo, da vocação, cultura e práticas comerciais, participação no mercado e preços praticados, dentre outras.

A figura 2 dá uma visão geral da avaliação de empreendimentos pelo fluxo de caixa descontado.

Figura 2: Fluxograma para avaliação pelo fluxo de caixa descontado



Fonte: Gatto (2007)

Obviamente todas as etapas da avaliação pelo fluxo de caixa descontado são complexas, mas existe uma que se constitui um desafio à parte: calcular a taxa de desconto apropriada. Neste contexto, Póvoa (2012, p. 178) destaca:

O cálculo da taxa de desconto é, provavelmente, a parte mais intrigante e fascinante da análise do justo valor de uma ação. Intrigante, por envolver variáveis que interagem entre si. Fascinante, porque, definitivamente, por não se tratar de ciência exata, nunca existe uma resposta cientificamente correta. A taxa de desconto consiste no lado mais artístico da análise de empresas e gestão de recursos.

Conforme evidenciado, a abordagem da avaliação ou análise de investimentos demanda o cálculo do Valor Presente Líquido (VPL) dos fluxos de caixa futuros projetados para o ativo ou projeto. No entanto, Copeland e Antikarov (2001) argumentam que o VPL dos fluxos de caixa não permite captar a flexibilidade do projeto. Em outras palavras, existem possibilidades para o investidor em postergar, suspender, cancelar ou retomar um determinado projeto, dependendo das condições de mercado e que essas opções, embora tenham custos associados, também tem um valor que o VPL não consegue captar. Os autores mostram que para investimentos onde o nível de

incerteza é elevado a abordagem por opções reais é superior ao VPL do fluxo de caixa projetado.

Bordeaux-Rêgo *et al* (2014) concluem que a análise por opções reais permite uma melhor atribuição ao valor de um projeto de mineração em face ao VPL do fluxo de caixa, pois permite considerar uma opção de expansão dele.

Pivoriené (2017) estudou um projeto de investimento em geração de energia fotovoltaica na Lituânia. Na abordagem pelo fluxo de caixa descontado, ele concluiu por um valor presente de -0,01 milhões de Euros, o que levaria a rejeição do projeto. Porém, acrescentando as flexibilidades oriundas da incerteza sobre o mercado de energias renováveis, pela abordagem por opções reais, o valor do projeto seria de 2,28 milhões de Euros, o que implica em sua aprovação.

Sutrismo e Anas (2018) analisam projetos de mineração de carvão na Indonésia, considerando opções de abandono e expansão dos projetos. Para eles, a incerteza associada aos preços e condições de mercado de carvão não devem inviabilizar o projeto, conclusão do uso do fluxo de caixa descontado puro. A complementação da análise pela abordagem das opções reais permite contemplar as possibilidades da gestão dos projetos de continuar, abandonar ou expandir o projeto, de acordo com as condições de mercado do carvão.

Nivedya *et al* (2018) analisaram a construção de rodovias mais resistentes a mudanças climáticas e concluíram que o uso do VPL dos fluxos de caixa geralmente conclui contrariamente a investimentos cujas projeções futuras apresentem elevada incerteza. Por outro lado, a análise por opções reais permite considerar o diferimento do projeto sobre condições de incerteza, possibilitando uma análise mais acurada e, eventualmente, a aprovação do projeto.

Apesar de diversos estudos evidenciando a superioridade da análise de opções reais sobre o fluxo de caixa descontado, eles versam sobre análise de projetos de investimento. E o mais importante, investimentos com alto grau de incerteza associada, tais como energia solar, óleo e gás, mineração, projetos de reflorestamento etc. Não há

estudos disponíveis sobre a avaliação de empresas ou de empreendimentos como um todo. De acordo com Mun (2002), é necessário que exista flexibilidade por parte da gestão para adiar, abandonar, diferir ou ampliar determinado projeto.

Tome-se como exemplo um empreendimento hoteleiro. Na avaliação do mesmo não há opções como abandonar ou adiar o projeto. O hotel já está pronto, e com o a devida formatação. Neste caso específico, uma análise de opções reais poderia ser realizada num eventual projeto de expansão dele. Portanto, a aplicabilidade das opções reais é limitada em empreendimentos com rigidez na sua formatação, que é o caso dos de base imobiliária e de base industrial. Empreendimentos de base mineral, por sua vez, poderiam apresentar algum benefício.

Além disso, o método das opções reais exige, segundo Dzyuma (2012) um domínio de ferramentas matemáticas complexas, ao passo que o fluxo de caixa descontado necessita apenas de um conhecimento básico de matemática financeira, além de poder ser implementado, de forma bastante simples, em planilhas eletrônicas e calculadoras científicas e financeiras.

Por conta disso, o método do fluxo de caixa descontado é preponderante na avaliação de empresas e projetos de investimento, a despeito das evidências favoráveis da abordagem das opções reais.

2.3 – Abordagens a análise de risco

2.3.1 – Princípios gerais

De acordo com Simonsen (1994), grande parte da economia moderna desenvolveu-se a partir do princípio da racionalidade: entre várias possibilidades, o agente econômico escolheria a que maximize sua utilidade.

O primeiro passo na sistematização da racionalidade dentro das escolhas econômicas foi o princípio da utilidade esperada.

Bernoulli (1738) busca entender o comportamento humano em relação ao risco e as questões relativas à escolha. Ele parte da proposição de que valores esperados são o resultado da multiplicação da probabilidade de cada resultado esperado e subsequente soma deles, e que para dois agentes expostos ao mesmo risco, o valor esperado é o mesmo para ambos.

Na sequência, ele apresenta a seguinte situação: uma pessoa muito pobre participa de uma loteria com duas possibilidades iguais, nada ganhar ou ganhar vinte mil ducados, ou seja, com valor esperado de dez mil ducados. Para ele, esta pessoa estaria disposta a vender a participação por nove mil ducados. Por outro lado, uma pessoa muito rica não compraria a participação por nove mil ducados.

Daí advém que o preço não é a melhor forma de analisar os valores, mas sim a utilidade, que é uma medida particular para cada pessoa, e depende de sua condição financeira. Com efeito, segundo Bernoulli (1738), o ganho de 2 ducados para uma pessoa pobre apresenta uma utilidade maior do que o mesmo ganho para uma pessoa rica.

Deste ponto, vem a definição da utilidade decrescente, que, segundo Bernoulli (1738, pg. 25): “é altamente provável que qualquer aumento na riqueza, independente da insignificância, sempre resultará num aumento da utilidade, e que será inversamente proporcional a riqueza já possuída”.

Partindo desta definição, Bernoulli deriva uma função utilidade, decrescente, em forma logarítmica⁵. Com efeito, definamos a riqueza do agente R e a utilidade U, temos que a função utilidade terá a seguinte forma:

$$U(R) = \alpha \ln(R), \text{ sendo } \alpha \text{ uma constante particular ao agente.}$$

As análises de Bernoulli se restringiam a loterias binárias, ou seja, com apenas dois possíveis resultados.

⁵ A demonstração é interessante, mas foge ao escopo do presente trabalho. Uma justificativa simples para a função de utilidade logarítmica é de que, uma vez que a utilidade é decrescente em relação a riqueza, teríamos uma curva estritamente côncava, que pode ser aproximada pela função logaritmo, apesar de outras funções também poderem aproximá-la.

Após o advento do princípio da utilidade esperada, muito se discutiu, no meio econômico, sobre a quantificação da utilidade.

Von Neuman e Morgenstern (1944) apresentam uma detalhada análise do cálculo numérico da utilidade. Com efeito, segundo os autores, podem ser obtidas escalas de preferência entre eventos analisando o comportamento do agente. E essas escalas servem como medidas quantitativas da utilidade.

Por exemplo, suponha dois eventos B e C, mutuamente excludentes, com uma probabilidade de 50% de ocorrência. Logo, a combinação B-C é a perspectiva de ocorrer o evento B com probabilidade de 50% ou o evento C com idêntica probabilidade.

Considere-se agora um novo evento A. Caso um agente prefira A a B e A a C, a consequência lógica é de que ele prefira A a combinação B-C⁶. No entanto, se o agente preferir A a B e C a A, e considerando que ele prefira A a combinação B-C, isto torna possível mensurar a preferência de A sobre B e de C sobre A.

A partir daí, os autores constroem os axiomas básicos. Considerando um sistema U de loterias⁷ u, v, w, ..., dada em U uma relação $u > v$ ⁸ e um número α tal que $0 < \alpha < 1$, existe uma combinação $w = \alpha u + (1 - \alpha)v$, então teremos:

- a) Completude: para u, v e w, teremos que, $u > v$, $u < v$ ou $u = v$ (neste caso, o símbolo = significa indiferença, ou seja, as loterias u e v são indiferentes);
- b) Transitividade: se $u > v$ e $v > w$, então $u > w$;
- c) Independência: se $u > v$, então $u > \alpha v + (1 - \alpha)w$;
- d) Mensurabilidade: dada uma loteria u, existe uma função $\Phi(u) = \alpha$, onde α é um número tal que $0 < \alpha < 1$, ou seja, é a probabilidade da loteria u⁹;
- e) Classificação: sejam as loterias u, v, w, se $u > v > w$, então teremos α tal que $v > \alpha u + (1 - \alpha)w$.

⁶ Da mesma forma, se ele prefere B a A e C a A, ele preferirá a combinação B-C a A.

⁷ O termo loteria é equivalente a utilidade. É usual nas traduções brasileiras esta denominação.

⁸ O símbolo $>$ denota preferência. Neste caso lê-se: prefere-se u a v.

⁹ Este axioma implica na quantificação numérica de uma loteria, ou seja, na quantificação da utilidade.

Muito mais do que obter uma forma de quantificar as utilidades, estes axiomas são à base da teoria das carteiras, pois traduzem como se dá o comportamento racional de um agente econômico diante de diversas escolhas possíveis.

Após toda a discussão sobre a racionalidade do agente econômico, a grande questão que ficou é, considerando a utilidade esperada, qual seria seu comportamento diante do risco? Tais considerações são fundamentais para o estudo de como o mesmo seleciona investimentos.

As atitudes diante do risco são inerentes ao agente econômico. Há aqueles avessos ao risco, que são os que pagariam prêmios de seguro contra riscos com pequena probabilidade de ocorrência. Ou, do ponto de vista do investimento, tais agentes preferem uma renda certa inferior a expectativa de valor para um determinado investimento de risco. No polo oposto, há os propensos a risco. No meio termo, os indiferentes.

Friedman e Savage (1948) discutem o comportamento do risco diante da função utilidade. Seguindo as hipóteses acima elencadas, eles consideram I a renda unitária de um consumidor por tempo e $U(I)$ a função utilidade agregada a esta renda.

Existem alternativas I' , I'' , ..., as quais não envolvem risco. A hipótese apresentada é de que o agente irá escolher a alternativa que lhe maximize o retorno.

Para alternativas que envolvam risco, há a necessidade de conhecimento das distribuições de probabilidade para as alternativas. Por questões de simplificação, Friedman e Savage utilizam uma única alternativa envolvendo risco, denominada de A , com possibilidade a ($0 < a < 1$) de uma renda I_1 e uma possibilidade $(1 - a)$ de uma renda I_2 ¹⁰. Consideram também uma alternativa B , com renda certa I_0 .

Considerando que alternativas mais complexas possam ser escritas em função destas alternativas mais simples, de acordo com os axiomas de Von Neuman e Morgenstern, a utilidade de B é $U(I_0)$, ao passo que a utilidade de A é dada pela expressão:

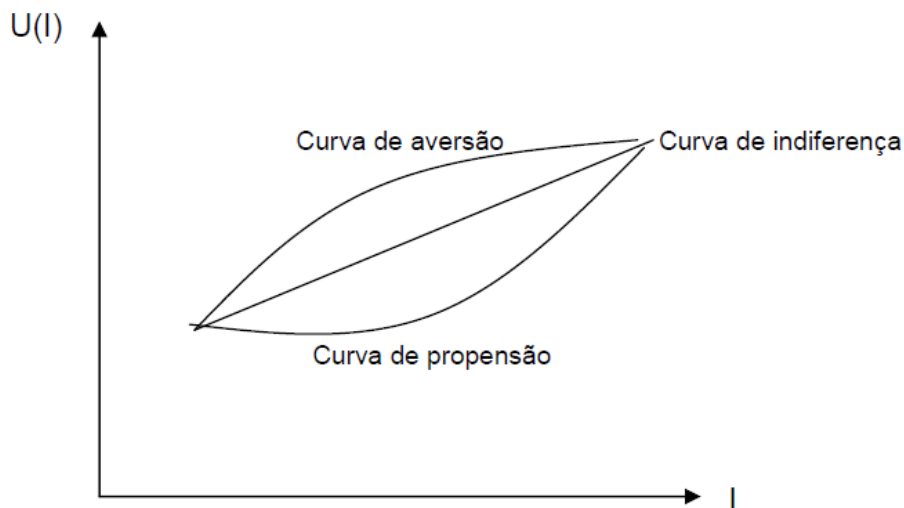
¹⁰ Por hipótese $I_2 > I_1$

$$U(A) = aU(I_1) + (1 - a)U(I_2), \quad (9)$$

Se um agente escolhe a alternativa A, ele é propenso ao risco. No caso de escolher B, ele é avesso ao risco. A indiferença ao risco é a ausência de preferência entre as alternativas.

Na sequência do trabalho, os economistas derivam as curvas de utilidade para avessos e propensos ao risco, pela comparação com a curva de indiferença. Eles chegam à conclusão de que, para estas situações, as curvas são côncavas para aversão ao risco e convexas para propensão. A figura 3 ilustra esta assertiva.

Figura 3: Comportamento diante do risco



Fonte: Friedman e Savage (1948).

Curva similar a esta havia sido apresentada por Bernoulli (1738), mas ele ainda não dispunha do ferramental matemático para chegar a conclusões mais generalizadas.

A dedução das curvas apresenta dois pontos muito importantes: (a) devido às suas características, limita as formas funcionais das curvas de utilidade e (b) permite desenvolvimentos posteriores na teoria das carteiras, onde se busca o máximo retorno com o mínimo risco.

Pratt (1964) apresentou a hipótese de que um determinado agente econômico se exporia mais ao risco quanto maior fosse sua riqueza. Para tanto derivou o coeficiente de aversão ao risco, com a seguinte forma:

$$R(x) = \frac{U''(x)}{U'(x)}, \quad (10)$$

onde,

$R(x)$ é o coeficiente de aversão ao risco,

$U(x)$ é a função utilidade e,

x é a riqueza do agente.

Embora seja bastante complexo determinar a forma funcional de curvas de utilidade, partindo da função utilidade de Bernoulli, $U(x) = \ln(x)$, tem-se:

$$U'(x) = -\frac{1}{x}, \quad (11)$$

$$U''(x) = \frac{1}{x^2}, \quad (12)$$

E, portanto:

$$R(x) = \frac{1}{x}, \quad (13)$$

Ou seja, a aversão ao risco diminui com a riqueza, conforme a hipótese inicialmente apresentada.

Markowitz (1952), em seu célebre trabalho, partindo da utilidade esperada, derivou uma teoria para a seleção de carteiras de investimento baseados no retorno médio esperado de cada ativo componente da carteira e de sua respectiva variância. De acordo com o referido autor, o retorno E e a variância V de uma carteira de investimentos são dados pelas seguintes equações:

$$E = \sum_{i=1}^N X_i \mu_i, \quad (14)$$

onde,

N é o número total de ativos;

X_i é a fração do i -ésimo ativo componente da carteira;

μ_i é o retorno médio do i -ésimo ativo componente da carteira.

$$V = \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 X_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} X_i X_j, \quad (15)$$

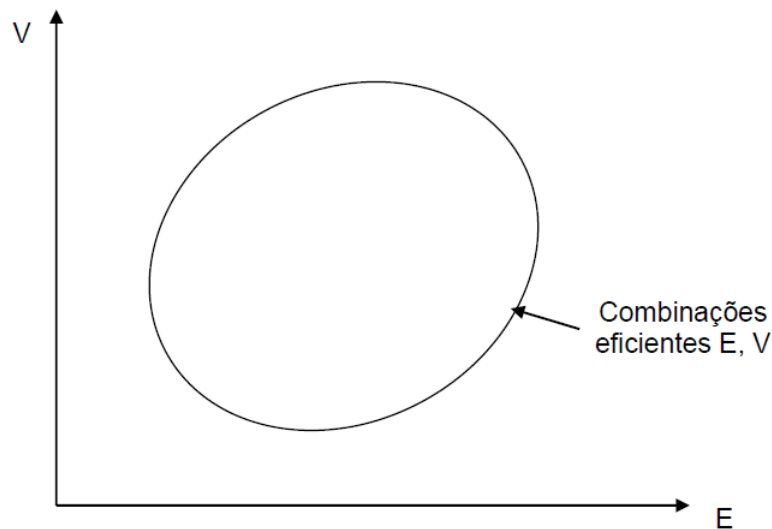
onde:

σ_{ij} é a covariância entre o i -ésimo ativo e o j -ésimo ativo componentes da carteira
(para o caso de $i = j$, temos a variância do i -ésimo ativo da carteira);

X_j é a fração do j -ésimo ativo componente da carteira.

Para dadas probabilidades (μ_i, σ_{ij}) , existem técnicas para determinar a composição ideal da carteira de investimento $X_1 \dots X_N$. A Figura 4 demonstra as possíveis combinações de carteiras eficientes.

Figura 4: Combinações eficientes de carteira considerando seus retornos esperados (E) e suas variâncias (V)



Fonte: Markowitz (1952).

Ainda de acordo com Markowitz, a sugestão para determinar as carteiras eficientes é utilizar dados de retornos e variâncias μ_i e σ_{ij} do passado para estimar os rendimentos futuros.

Convém alertar que, embora implícitas, as considerações feitas por Markowitz na seleção de carteiras eficientes pressupõem agentes econômicos racionais que buscam maximizar sua função utilidade.

Outro ponto, este bastante explícito, na tese apresentada diz respeito à diversificação da carteira. Segundo suas considerações, quanto maior o número de ativos (N), mais diversificada estará a carteira, o que proporcionará maiores retornos para a mesma variância ou menores variâncias para o mesmo retorno¹¹.

Expandindo as análises apresentadas neste artigo, Markowitz (1959) passa a fazer uso rigoroso da matemática para derivar as regras de seleção de carteiras eficientes. Também passa a usar as funções utilidade de forma explícita na análise de carteiras

¹¹ Este ponto é fundamental dentro da obra de Markowitz, sobretudo para os desenvolvimentos posteriores, como o método CAPM. Também é importante para o objetivo de nosso trabalho, que é o de adaptar aquele método para o uso em avaliação de empreendimentos.

eficientes, sob a ótica da diversificação. Ele assume uma função de utilidade quadrática, do tipo:

$$U(R) = c + bR + cR^2, \quad (16)$$

onde,

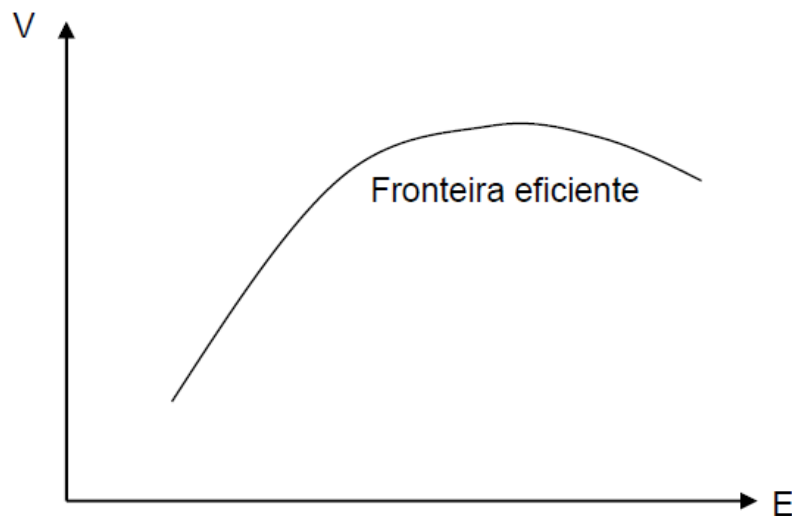
R é a riqueza;

U(R) é a função utilidade;

a, b e c são constantes.

Utilizando os princípios da diversificação de ativos e da escolha racional, pautada pela maximização de utilidade, foi derivada uma curva parabólica para a carteira ótima, denominada fronteira eficiente. A Figura 5 ilustra a fronteira eficiente.

Figura 5: Fronteira eficiente



Fonte: Markowitz (1959).

Nesta curva, qualquer carteira escolhida maximiza os ganhos com a menor variância (risco).

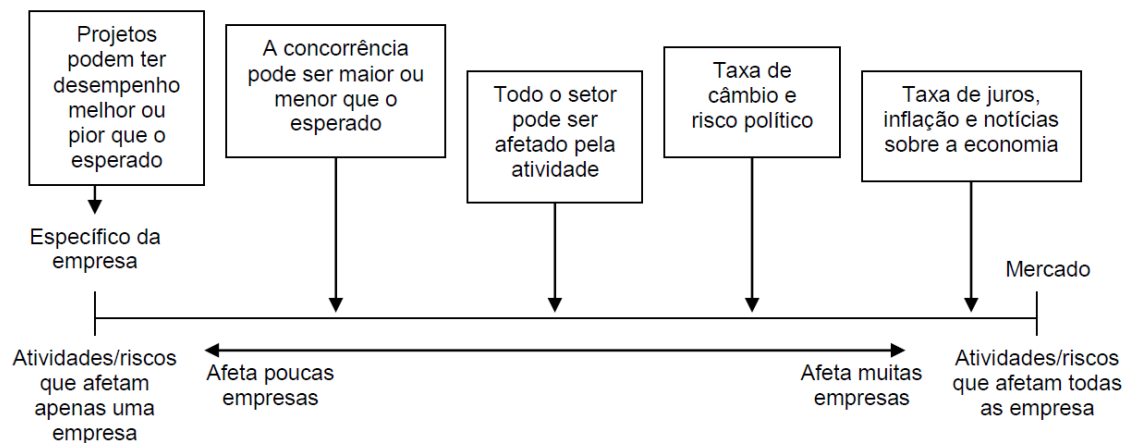
Outros pontos de destaque foram a generalização do modelo de seleção de carteiras para N ativos (em 1952, Markowitz havia derivado o modelo para dois ativos), bem como as análises sobre otimização de carteiras com restrições.

Os estudos de Markowitz sempre consideraram carteiras compostas unicamente por ativos com risco.

2.3.2 – Fatores de risco

Qualquer ativo está exposto a uma série de fatores, ou fontes, de risco. Os riscos podem ser específicos para o ativo ou entidade, ou seja, afetam especificamente o ativo em questão, riscos setoriais ou de mercado, os quais afetam o setor específico do ativo ou setores em especial e riscos econômicos ou gerais, que podem afetar toda a economia no qual o ativo se encontra inserido. A Figura 6, extraída de Damodaran (2007), expõe o desdobramento do risco para uma empresa no gráfico a seguir.

Figura 6: Desdobramento do risco



Fonte: Damodaran (2007).

2.3.2.1 – Ambiente do ativo

O ambiente no qual o ativo encontra-se inserido apresenta algumas fontes de risco, as quais são classificadas como riscos próprios ou específicos. São riscos que afetam apenas o ativo em questão ou um número muito limitado de ativos. De acordo com Damodaran (2007), pode-se classificar estes riscos como (i) risco de projeto: risco no qual determinada empresa calcula mal a demanda por determinado produto e (ii) risco concorrencial: situação na qual os concorrentes apresentam performance superior ao estimado pela empresa.

Além desses, é possível citar riscos no desenvolvimento do projeto, com atrasos ou aumento nos custos, riscos legais no desenvolvimento ou operação do ativo.

ABNT (2002, pg. 5) define alguns destes riscos:

3.68 risco de implantação: Risco resultante de alterações de prazo e preço previstos durante a implantação do empreendimento

...

3.71 risco de operação: Risco associado à atividade operacional, que envolve fatores como sistemas inadequados (informação ou suporte), falhas gerenciais, de equipamentos, de controle, de comportamento humano, bem como sinistros e comprometimento ambiental.

3.72 risco financeiro: Risco ao empreendimento decorrente da falta de recursos, em função do descompasso de fluxo de caixa ou de obtenção de crédito

Conforme mencionado, são riscos específicos do ativo e, em tese, podem ser eliminados pela diversificação dos investimentos, ou seja, o investidor somente sofrerá as consequências dele se não for diversificado.

2.3.2.2 – Ambiente do setor

Existem riscos um pouco mais abrangentes, que não afetam apenas o ativo, mas podem atingir um ou mais setores de mercado de forma geral.

Damodaran (2007) classifica este risco como risco setorial. Com efeito, alterações nos hábitos de consumo como, por exemplo, as campanhas contra o consumo de tabaco nos anos 1990 tiveram forte impacto no setor de fumo. Regulamentações antipoluição mais rigorosas impactaram os setores químico e petroquímico dos EUA e Europa, inviabilizando a operação de muitas indústrias. A forte apreciação do dólar no Brasil nos anos de 2019 e 2020 teve profundos impactos em diversos setores: positivo em setores exportadores e negativo em setores dependentes de matéria prima ou bens de produção importado.

ABNT (2002, pg. 5) define o risco de mercado setorial: “Risco resultante de variações de oferta e demanda, bem como respectivos níveis de preços de insumos e produtos do setor”.

Este tipo de risco também, em tese, pode ser eliminado pela diversificação. Da mesma forma que os riscos específicos, este tipo de risco somente causará impacto ao investidor caso ele não seja diversificado.

2.3.2.3 – Ambiente da economia

Ainda segundo Damodaran (2007) existem riscos que afetam todos os ativos da economia, o qual é denominado risco de mercado. Ele atinge todos os integrantes do mercado. Neste caso, são riscos que não podem ser eliminados pela diversificação, pois atingem todos os investimentos do mercado.

São riscos oriundos de eventos de alto impacto como mudança de taxas de juros, recessão e inflação, atingindo todo o ambiente econômico. Os modelos de análise de risco mais utilizados, sobretudo no ambiente financeiro, estão focados na quantificação deste tipo de risco.

ABNT (2002, pg. 5) define o risco conjuntural: “Risco decorrente de mudanças macroeconômicas, políticas, culturais e sociais”.

2.3.3 – Abordagem determinística x probabilística do risco

A análise determinística do risco é feita por estimativas, ou seja, o analista arbitra um determinado risco. Segundo ABNT (2002, pg. 11): “Nos modelos determinísticos, é aceitável a consideração do risco por meio de um prêmio de risco”. Neste caso, o risco é associado a taxa de desconto utilizada para calcular o valor presente do empreendimento e é apresentada pela expressão:

$$\text{Taxa de desconto} = \text{Rentabilidade} + \text{Prêmio pelo risco}, \quad (17)$$

Sendo o “prêmio pelo risco” estimado pelo analista. A análise determinística é realizada quando não há disponibilidade de dados que permitam a análise de ferramentas probabilísticas. Por outro lado, de acordo com a ABNT (2002, pg. 11):

Nos modelos probabilísticos, uma vez identificadas as variáveis-chave do modelo, por meio da análise de sensibilidade, e identificadas as respectivas distribuições de probabilidade associadas, são aceitáveis, entre outros, os seguintes processos genéricos para quantificação de risco do empreendimento:

- seleção ao acaso de uma combinação de valores para as diversas variáveis-chave através de técnicas de simulação (como a técnica de Monte Carlo), com o objetivo de gerar a distribuição dos resultados possíveis;
- identificação da distribuição normal dos resultados possíveis, como no método das variações paramétricas

2.3.2.3 – Enfoque probabilístico da análise de risco

De acordo com Damodaran (2006b), há três formas de analisar probabilisticamente o risco: análise de cenários, árvores de decisão e simulação.

A análise de cenários envolve a seleção das variáveis mais importantes do fluxo de caixa (variáveis chave) e atribuir valores coerentes¹² às mesmas.

Para cada variação, temos um diferente valor FCF_i , que é associado a um cenário. Calculados os i cenários e seus FCF correspondentes, é possível associar aos mesmos uma função densidade de probabilidade, preferencialmente a normal, calculando a média e o desvio padrão.

Tendo estes parâmetros, basta determinar o risco a que se quer proteger e calcular a taxa de desconto adequada. Neste método, quanto maior o número de cenários, mais precisos são os resultados.

Em ABNT (2002) esta abordagem é conceituada como Método das Variações Paramétricas, devidamente descrito em Miranda (1999).

¹² Tais valores podem advir de estudos estatísticos, séries históricas, projeções de especialistas ou distribuições de probabilidade.

Na árvore de decisão, são atribuídas probabilidades de o FCF esperado acontecer ou não para cada período (p e $1-p$), que podem ser os mesmos ou variarem nos períodos. A probabilidade composta de não ocorrência do FCF esperado, considerando-se que a mesma permaneça constante ao longo do tempo é $(1-p)^n$, e é o risco a ser coberto.

As duas abordagens apresentadas acima são apropriadas para análise discreta do risco. Por fim, há a simulação, própria para a análise de risco contínuo.

A utilização da simulação na análise de risco foi pioneiramente apresentada por Hertz (1964). Neste clássico trabalho, o autor afirmava que o risco de um projeto de investimento era mais facilmente quantificado pelo emprego de distribuições de probabilidades associadas às variáveis mais importantes do que o emprego dos valores mais prováveis para elas.

Este trabalho focou, basicamente, na Taxa Interna de Retorno (TIR). Mas as considerações podem ser facilmente derivadas para o uso com o Valor Presente Líquido (VPL).

3 – IDENTIFICAÇÃO E MENSURAÇÃO DE RISCOS NA AVALIAÇÃO DE ATIVOS REAIS

3.1 – Ferramentas e técnicas: uma visão geral

A identificação e mensuração de riscos fazem parte de um conjunto mais abrangente de ações, denominado processo de avaliação de riscos, definido pela ABNT (2012, pg. 14) como:

O processo de avaliação de riscos é o processo global de identificação de riscos, análise de riscos e avaliação de riscos.
Os riscos podem ser avaliados em nível organizacional, em nível departamental, para projetos, atividades individuais ou riscos específicos. Diferentes ferramentas e técnicas podem ser apropriadas em diferentes contextos.

ABNT (2012) cita 31 técnicas possíveis para a análise de riscos, incluindo a Simulação Monte Carlo, Inferência Bayesiana, Análise de Markov, Confiabilidade, Árvore de Decisão, dentre outras.

A análise de risco aplicada na avaliação de ativos reais tem seu foco voltado para o máximo valor que é possível pagar naquele, considerando as incertezas na geração de receitas possíveis. Com efeito, a avaliação de ativos reais pelo fluxo de caixa descontado é feita considerando-se a projeção de resultados e despesas futuros, para se determinar qual a sobra de caixa que poderá ser obtida pelo investidor no referido objeto.

No entanto, quando se trata de projeções, existem incertezas associadas a estes valores. Não é possível estimar, com certeza, qual o valor final do lucro de um determinado empreendimento, por exemplo, um hotel ou um shopping center, gerará daqui dois ou três anos. No entanto, estimativas, considerando o histórico do empreendimento, as características do setor e projeções para a economia, podem ser feitas.

A partir destas estimativas, a análise de risco cuida de estimar os possíveis desvios destas projeções, como estes desvios podem afetar o valor do ativo e qual o grau de

proteção deve ser considerado no momento da valoração, de modo a que se atinja um valor que viabilize a negociação¹³.

Neste caso, é usual na prática avaliatória a incorporação do risco na taxa de desconto (vide Damodaran, 2007 e Correia Neto e Brandão, 2018). Para ABNT (2002), a análise determinística de risco envolve a assunção de um prêmio pelo risco na taxa de desconto, ao passo que a análise probabilística envolve o estudo das variáveis-chave, adotando-se a simulação ou impondo variações aleatórias. Não obstante, de acordo com Benvenho (2009), modelos probabilísticos podem ser usados para estimar o prêmio pelo risco.

Neste âmbito, as técnicas mais frequentes para a mensuração de risco em avaliações por fluxo de caixa descontado são:

- i. TMA – Taxa Mínima de Atratividade;
- ii. Modelo *Build Up* ou Modelo dos Prêmios de risco;
- iii. CAPM – Capital Asset Pricing Model;
- iv. APT – Arbitrage Pricing Theory;
- v. Modelo 3 Fatores de Fama e French;
- vi. Simulação de Monte Carlo;
- vii. Método das Variações Paramétricas.

Serão analisadas, de forma pormenorizada, o CAPM e a Simulação Monte Carlo, objetos de discussão desta dissertação.

3.2 – CAPM

3.2.1 – O modelo de precificação de ativos de capital

O modelo de Markowitz foi um grande avanço na teoria das finanças, tendo lhe rendido um prêmio Nobel, em 1990. No entanto, duas questões não foram consideradas

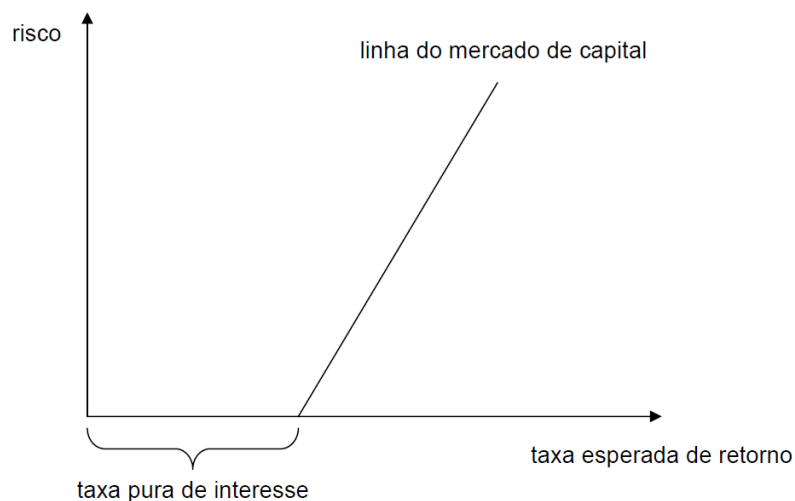
¹³ Neste caso, uma proteção excessiva ao risco vai gerar um valor muito baixo para o ativo, o que inviabilizaria a negociação. Por outro lado, uma baixa proteção ao risco leva a um valor muito alto para o ativo, desencorajando o investidor em sua aquisição.

na análise: a possibilidade da existência de um ativo sem risco combinada a carteira eficiente de ativos com risco¹⁴ e a existência de uma carteira eficiente para um determinado investidor.

Um avanço neste sentido foi apresentado em Tobin (1958), onde o mesmo mostra que, sob certas condições, o modelo apresentado por Markowitz implica na divisão da seleção de uma carteira eficiente em duas fases: inicialmente, a escolha de uma combinação única de ativos com risco e, posteriormente, uma escolha entre a alocação de recursos entre esta combinação de ativos com risco e um único ativo sem risco.

Sharpe (1964) deduziu vários avanços na teoria de Markowitz, aplicando a utilização de um ativo livre de risco a uma carteira diversificada de investimentos. Em seu seminal trabalho, ele inicia com a linha de mercado de capitais¹⁵, exibida na Figura 7.

Figura 7: Linha de mercado de capitais



Fonte: Sharpe (1964).

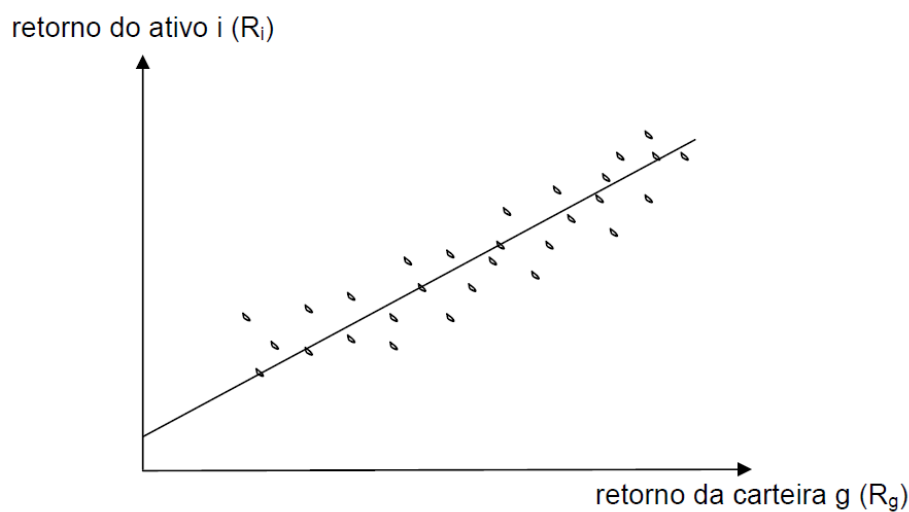
A taxa pura de interesse equivale à taxa de um ativo livre de risco, ou, em notação atual, na taxa livre de risco.

¹⁴ Tal situação é intuitiva, pois, mesmo com a diversificação proposta por Markowitz, as evidências são contrárias a um investidor aplicando somente em ativos com risco.

¹⁵ Capital Market Line, na denominação de Sharpe.

A argumentação que se segue é de que, em condições de equilíbrio¹⁶, há uma relação linear entre o retorno esperado e desvio padrão do retorno para combinações eficientes de ativos com risco. Com efeito, supondo um ativo qualquer i e uma combinação eficiente de ativos g , a qual engloba i , teremos E_r e σ_r , o retorno e a variância de combinações do ativo i com a carteira g , tem-se um gráfico que relaciona os retornos do ativo i e da carteira g , conforme Figura 8.

Figura 8: Retorno do ativo em função do retorno da carteira de mercado



Fonte: Sharpe (1964).

Na figura 8, os pontos de R_i são evidências de seu risco total (σ_{ri}). No entanto, a reta de regressão traçada entre os pontos indica a relação entre os retornos de i e g , e consequentemente, quanto do risco de i é devido ao risco total da carteira g . Neste caso, este é o risco sistemático, cuja medida de variação é a tangente entre os retornos. Também conforme o autor, o restante do risco é o risco não sistemático, o qual, numa carteira eficiente, é eliminado pela diversificação.

Note-se que esta medida de variação dos retornos do ativo i pela carteira g é o que conhecemos hoje por beta¹⁷, muito embora Sharpe nunca tenha usado este termo.

¹⁶ As condições de equilíbrio, segundo Sharpe, requerem a existência de uma taxa livre de risco na qual todos os investidores possam tomar ou receber empréstimos nas mesmas condições e que as expectativas dos investidores sejam homogêneas.

¹⁷ Pela definição, a carteira g é a carteira de mercado.

As implicações deste gráfico são bastante claras. Daí advém o modelo CAPM – Capital Asset Pricing Model.

Posteriormente, com o CAPM já consagrado, Sharpe (1990), em seu discurso no recebimento do prêmio Nobel de Economia, apresentou a equação da Secure Market Line.

$$E_i = R_f + (R_m - R_f)\beta_{im}, \quad (17)$$

onde,

E_i é o retorno do ativo i ;

R_f é a taxa livre de risco;

R_m é a taxa de retorno do mercado.

β_{im} é o beta do ativo, ou seja, a variação do retorno de i em relação ao mercado.

O coeficiente de risco do ativo é calculado pela correlação dos retornos do ativo avaliando (R_a) em relação aos retornos do mercado (R_m).

$$\beta_{im} = \frac{\text{cov}(R_a, R_m)}{\sigma^2(R_m)}, \quad (18)$$

Por outro lado, o modelo CAPM é altamente dependente hipótese da eficiência dos mercados. Para Fama (1970), mercado eficiente é aquele em que os preços dos ativos, em um dado momento do tempo, refletem todas as informações disponíveis naquele momento. Ainda de acordo com referido autor, a eficiência do mercado se alicerça que o mesmo é um jogo justo, ou o retorno esperado do mercado segue um passeio aleatório.

Em relação à eficiência do mercado, Fama (1998) conclui que a hipótese sobrevive à literatura sobre retornos de longo tempo. Consistente com a hipótese do mercado eficiente, que anomalias são aleatórias, reações exageradas sobre informações são tão comuns como subestimativas. Mais importante, retornos de longo prazo, de acordo com a teoria do mercado eficiente, são na maioria das vezes resultantes da

metodologia, sendo que com a sua mudança, há a tendência de os retornos em questão desaparecerem¹⁸.

A aplicabilidade do CAPM na avaliação de ativos depende da observância de uma série de premissas: comportamento racional baseado na teoria da utilidade esperada, diversificação da carteira de investimentos, liquidez dos ativos, estrutura de risco e retorno baseada em média e variância considerando uma distribuição normal de probabilidades¹⁹, liquidez dos ativos e ocorrência de um mercado eficiente.

3.2.2 – Críticas e limitações do modelo CAPM na avaliação

Muito embora o CAPM e os betas sejam largamente utilizados na avaliação de ativos financeiros, bem como em finanças corporativas, sobretudo em razão da preferência dos analistas, surgiram, ao longo dos anos, uma série de críticas na utilização destes modelos. Também há limitações de uso, sobretudo na avaliação de ativos não negociados publicamente. Apresentam-se a seguir alguns dos pontos críticos a respeito do CAPM na avaliação de ativos.

3.2.2.1 – Postulado da racionalidade, o princípio da utilidade e a teoria da perspectiva

Como visto, uma das premissas básicas para a validade do CAPM é que os investidores sejam racionais e se guiem pelo princípio da utilidade.

Muitas críticas têm sido feitas em relação a validade destas premissas. De acordo com Simonsen (1994), a objeção mais rudimentar é a de que os indivíduos apresentam comportamento irracional. Ainda segundo ele, esta é uma objeção cabível diante de certos paradigmas, mas não desmerece o princípio da racionalidade em si. Até porque, o que se chama de irracionalidade pode ser visto como uma função utilidade própria de um agente,

¹⁸ A hipótese do mercado eficiente contra os retornos de longo prazo é uma das discussões mais importantes das finanças modernas. Embora não seja escopo deste trabalho, faremos considerações mais a frente, pois a hipótese do mercado eficiente é basilar para a validade do modelo CAPM.

¹⁹ Esta hipótese não foi informada neste trabalho, mas está implícita, tanto nos textos de Markowitz, como nos de Sharpe.

bem como este agente possa errar suas previsões. Enfim, não é por estar errado que ele age irracionalmente.

Outra objeção vai na linha de Popper (2007). O princípio da utilidade esperada não pode ser considerado uma teoria, pois não permite o falseamento empírico devido a sempre ser possível acomodar uma função utilidade adequada ao agente econômico. De acordo com Simonsen, a objeção é cientificamente vazia.

Por outro lado, objeções com base científica e empírica mais sólidas foram lançadas em relação à hipótese da utilidade esperada e do princípio da racionalidade dos agentes econômicos.

Um grande desafio a teoria da utilidade esperada foi colocado pelo economista e matemático francês Maurice Allais. Ele apresentou uma proposição, que ficou universalmente conhecida como Paradoxo de Allais ou Contra-Exemplo de Allais (Allais, 1953), onde questionava o axioma da independência de Von Neumann e Morgenstern e, por consequência, o próprio princípio da utilidade esperada.

De acordo com Simonsen (1994) o paradoxo é configurado por um teste em duas etapas. Na primeira, o agente deve decidir entre A e B e na segunda entre C e D. As proposições são as seguintes.

Na primeira etapa, as alternativas são as seguintes:

A: ganhar 50 milhões de dólares com certeza;

B: entrar numa loteria com 90% de probabilidade de ganhar 500 milhões de dólares e 10% de probabilidade de nada ganhar.

Na segunda etapa, as alternativas são as seguintes:

C: entrar em uma loteria com 89% de probabilidade de nada ganhar, 10% de ganhar 50 milhões de dólares e 1% de ganhar 500 milhões de dólares;

D: entrar em uma loteria com 90% de probabilidade de nada ganhar e 10% de probabilidade e ganhar 500 milhões de dólares.

Com efeito, ao longo dos anos este teste tem sido aplicado e usualmente os agentes preferem A a B e D a C. Estas escolhas são justificáveis. Na primeira etapa, 50 milhões de dólares é um valor suficientemente alto para que o tomador de decisões não arrisque a possibilidade de perder tudo, mesmo que o prêmio seja de 500 milhões e a probabilidade seja de 90%. Na segunda etapa, apesar da proposição D encerrar uma probabilidade maior de perda, a chance de ganho de um valor de 500 milhões de dólares contra uma probabilidade quase igual de se ganhar 50 milhões na proposição C justifica esta maior exposição ao risco.

Escrevendo as proposições em termos de funções de utilidade, fica clara a infringência ao princípio da utilidade. A primeira etapa revela que $U(A) > U(B)$, ou

$$U(50) > 0,9U(500) + 0,1U(0)$$

Já na segunda etapa, temos que $U(D) > U(C)$, ou

$$0,9U(0) + 0,1U(500) > 0,89U(0) + 0,1U(50) + 0,01U(500), \text{ decorrendo daí que:}$$

$$U(50) < 0,9U(500) + 0,1U(0)$$

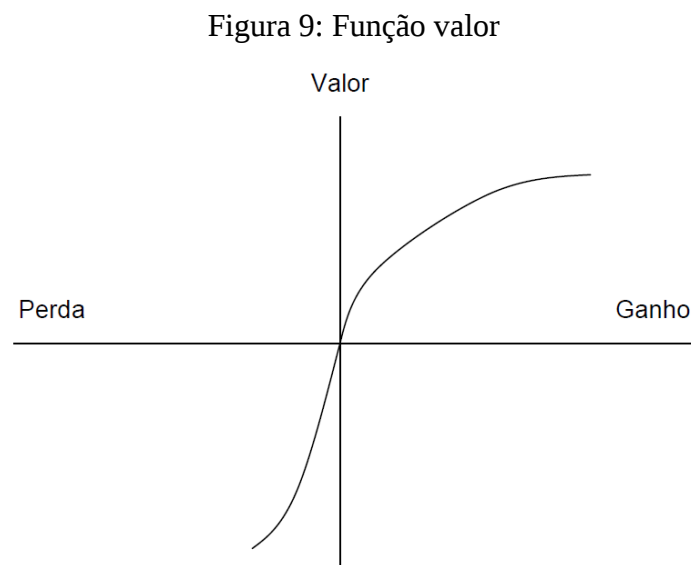
Para Allais (1988), este resultado, embora contradiga a hipótese da utilidade esperada, é apenas aparentemente paradoxal, pois ele simplesmente corresponde a uma verdade psicológica bastante significativa, que é a preferência pela segurança quando confrontado com o risco.

As implicações destes resultados causaram controvérsia no ambiente acadêmico.

Kahnemam e Tversky (1979) formalizaram estes resultados, por sua Teoria da Perspectiva. Os autores relatam uma série de experimentos onde ocorre a constatação que

um agente é avesso ao risco quando se trata de ganhos e propenso ao risco quando se trata de perdas.

Eles também rejeitam as funções utilidade e derivam uma função valor, a qual é mais significativa em decisões envolvendo risco. A função valor é definida em termos de desvio do ponto de referência²⁰, é geralmente côncava para ganhos e convexa para perdas e mais íngreme para perdas do que para ganhos. A Figura 9 expõe um exemplo da função valor derivada por eles.



Fonte: Kahneman e Tversky (1979).

Esta teoria trouxe uma série de novas discussões dentro do campo da teoria financeira. Muitos dos pressupostos básicos do CAPM, sobretudo o princípio da utilidade esperada, foram colocados em dúvida, o que poderia comprometer a própria validade do modelo.

Levy, De Georgi e Hens (2003) concluem que é possível combinar os resultados derivados da Teoria da Perspectiva com o CAPM, muito embora existam evidências empíricas de que o sistema de médias-variâncias possa não seguir a distribuição normal. Eles derivam um modelo adaptado às condições impostas pela Teoria da Perspectiva.

²⁰ Isto significa que a maior influência para um tomador de decisão é a variação em relação ao estado atual em que ele se encontra e não o estado final.

Podemos concluir que as críticas a hipótese da utilidade esperada implicam em restrições ao CAPM, mas não o invalidam. O trabalho de Levy, De Giorgi e Hens (2003) sugere a possibilidade de que, em certas circunstâncias, os modelos não sejam contraditórios.

3.2.2.2 – Mercados eficientes, memórias longas e leis de potência

Outras questões controversas no que diz respeito ao CAPM são as hipóteses do mercado eficiente e a distribuição normal dos retornos esperados.

Mandelbrot (1963) coloca uma série de dúvidas nos pressupostos da teoria de finanças. Inicialmente ele afirma ter detectado evidências de que as variações nos preços dos ativos financeiros não seguiam uma distribuição normal. Também contesta a hipótese do passeio aleatório destes preços, citando uma possível correlação temporal entre eles, o que se convencionou chamar de memórias longas.

Ele expõe neste artigo que os retornos dos ativos do mercado financeiro podem ser melhor explicados por uma lei de potências, que descreve do seguinte modo a relação entre duas variáveis.

$$Y = aX^{\alpha}, \quad (19)$$

onde

Y e X são as variáveis a serem relacionadas;

a é uma constante;

α é o coeficiente de Hurst²¹.

Fama (1965) analisa de forma detalhada as proposições de Mandelbrot, estudando as variações de uma série de ações americanas, durante um longo período. Ele apresenta duas conclusões principais: (a) que a variação dos preços dos ativos financeiros realmente não parece seguir uma distribuição normal, sendo a mesma mais aderente a distribuições

²¹ O coeficiente em voga foi deduzido por H. E. Hurst enquanto estudava as cheias do Rio Nilo.

que levam em conta as leis de potência; (b) não há evidências empíricas sobre a correlação entre retornos presentes e passados das ações estudados, ou seja, a hipótese das memórias longas não parece ter sustentação empírica.

Outra contestação em relação ao CAPM veio de Fama e French (1992). Neste trabalho eles afirmam que os testes realizados não suportam a hipótese de que os β s estejam positivamente correlacionados com os retornos médios das ações, tese central do modelo.

No entanto, Shanken, Sloan e Khotari (1995, p. 1), estudando dados do mesmo período, chegaram a conclusões diferentes:

Nossos exames de seções de corte de retornos esperados mostram remunerações estatística e economicamente significantes (entre 6% e 9% ao ano) pelo risco beta, quando este é estimado por meio de regressões de séries temporais dos retornos anuais de carteiras com relação aos retornos de um índice anual...”

Fernandez (2015) argumenta que o CAPM é um modelo absurdo, pois é baseado em hipóteses sem sentido e que as previsões realizadas não acontecem no mundo real.

Rossi (2016) indica que a simplicidade do modelo favorece seu uso, mas que novas pesquisas devem ser conduzidas para verificar a validade dele na previsão de retornos esperados.

Wu *et al* (2017) ao analisar retornos de ações e de carteiras no Paquistão concluiu que o modelo CAPM não produz boas estimativas dos retornos e que, portanto, não deve ser usado pelos investidores como forma de estimar a rentabilidade de investimentos em mercado de ações.

McLelland (2018) testa o CAPM para duas ações selecionadas ao acaso, Embraer e Boeing, e conclui que apesar de certos conceitos do modelo serem relevantes, os resultados produzidos pelo mesmo são geralmente inadequados para avaliação.

Fernandez (2019) alega que ensinar que o CAPM e os betas explicam alguma coisa com relação ao retorno de investimentos não é ético. Ele inclusive questiona aos

que ensinam e acreditam que o CAPM tem a capacidade de prever retornos financeiros: “Se o CAPM tem alguma utilidade, por que vocês ainda não estão milionários?”.

3.2.2.3 – Diversificação de carteiras de investimento

Umas das premissas básicas do CAPM é a de que os investidores detêm portfólios bastante diversificados, sendo que apenas os riscos de mercado (sistemáticos) devem ser cobertos, uma vez que, com tal diversificação, os riscos específicos da empresa (riscos não sistemáticos) apresentam pequena influência em suas carteiras.

No entanto, há debates sobre quão diversificados são os investidores. Goetzman e Kumar (2008) observam que a grande maioria dos investidores detém portfólios subdiversificados, seja por excesso de confiança, vieses ou questões de escolha. Campbell *et al* (2001) constataram um substancial aumento do risco não sistemático face ao risco de mercado, e que os portfólios atuais não são suficientes para anular seu efeito.

Benett e Sias (2010) informam que não há evidências de que os investidores consigam montar facilmente portfólios bem diversificados, assim como existem ganhos significativos, do ponto de vista de anulação do risco sistemático, em expandir os portfólios a mais de 50 ações. Malkiel e Xu (2006) afirmam que se grupos de investidores específicos não deterem a carteira de mercado, outros grupos também não conseguirão. Domian, Louton e Racine (2006) concluíram em seus estudos que há ganhos significativos na diversificação de portfólios quando eles passam de cem ações. Finalmente, Goyal e Santa-Clara (2003) concluem que há uma ligação entre o risco não sistemático e os retornos médios das ações.

Mesmo portfólios com grande número de ações podem não ser diversificados o suficiente para anular os efeitos dos riscos não sistemáticos.

3.2.2.4 – Incertezas na estimativa do beta

De acordo com o modelo CAPM, o beta é estimado pela covariância dos retornos do ativo analisado em relação aos retornos do mercado, dividido pela variância dos retornos do mercado. Do ponto de vista prático, plota-se os retornos do ativo analisado

em relação aos retornos da carteira de mercado. A seguir, é traçada uma reta de ajuste dos pontos (reta de regressão), do tipo $y = ax + b$. O coeficiente angular a é o beta do ativo. O retorno de um ativo qualquer pode ser descrito pela seguinte equação:

$$R_{i,t+1} = \frac{V_{i,t+1} - V_{i,t}}{V_{i,t}}, \quad (19)$$

onde:

$R_{i,t+1}$ é o retorno do ativo i no instante $t+1$

$V_{i,t+1}$ é o valor do ativo i no instante $t+1$

$V_{i,t}$ é o valor do ativo i no instante t

No cálculo do beta específico de uma empresa, utiliza-se sua cotação no mercado de ações para calcular seus retornos. Para calcular os retornos do mercado, adota-se um índice de ações de mercado, por exemplo Dow Jones ou S & P 500.

No entanto, existem várias possibilidades quanto ao índice de ações a ser usado como carteira de mercado. Também há a periodicidade em que os retornos são calculados, podendo ser diária, semanal, mensal, trimestral, etc. Diversos possíveis períodos podem ser analisados. Damodaran (1999) exemplifica este problema calculando o beta da Disney para diversos índices de ações, diversos períodos de análise e diversas periodicidades, como pode ser visto nas Tabelas 1, 2 e 3.

Tabela 1: Beta Disney em função do índice de ações usado

Índice de ações usado	Beta Calculado
Dow 30	0,99
S&P 500	1,13
NYSE Composite	1,14
Wilshire 5000	1,05
MS Capital Index	1,06

Fonte: Damodaran (1999).

Tabela 2: Beta Disney em função do período de tempo usado

Período de tempo usado	Beta Calculado
3 anos	1,04
5 anos	1,13
7 anos	1,09
10 anos	1,18

Fonte: Damodaran (1999).

Tabela 3: Beta Disney em função do intervalo de retorno usado

Intervalo de retorno usado	Beta Calculado
Diário	1,33
Semanal	1,38
Mensal	1,13
Quatrimestral	0,44
Anual	0,77

Fonte: Damodaran (1999).

Carrili *et al* (2014) calcularam betas para 1.385 companhias americanas, com relação ao índice Standar & Poors 500, variando os períodos calculados (de 1 a 5 anos) e a periodicidade dos retornos (diária, semanal, mensal, etc.). Foram calculados 147 betas diferentes para cada companhia. Os referidos autores constataram uma grande dispersão entre os betas calculados para uma mesma companhia. Como exemplo, a média da diferença entre o beta máximo e o beta mínimo para cada companhia foi de 1,17.

Gilbert *et al* (2014) calculam betas para o mesmo período de análise (60 meses) e encontram significativas diferenças entre diferentes periodicidades de retorno. Concluem que as diferenças de betas entre diferentes frequências de retorno ocorrem também em ações com maior liquidez e volume, e não podem ser explicadas por microestrutura ou atritos de negociação.

Estas questões sobre a estimativa dos betas já são bem conhecidas. Alexander e Chervany (1980) estudaram a estimativa de betas com períodos de análise entre um e nove anos, e concluíram que o período que traz a maior estabilidade nos resultados é 5 anos. Esta também é a sugestão de Koller, Goedhart e Wessels (2005), que recomendam o uso de periodicidade mensal para o cálculo dos betas.

Para a questão das imprecisões na medida do beta, Koller, Goedhart e Wessels (2005) reconhecem que a estimativa de betas por retas de regressão apresenta imprecisões. Os referidos autores, e também Damodaran (1999, 2007), recomendam a adoção do beta setorial, no qual são estimados os betas de empresas do mesmo setor daquele da empresa objeto da avaliação e, em seguida, seja adotada alguma medida de tendência central (média ou mediana). Os betas em questão também podem ser ponderados pela capitalização de mercado das empresas, de modo a refletir a importância relativa de cada uma delas no setor. O uso de betas de diversas empresas, seja pela média ou mediana, tende a anular eventuais erros na estimação dos betas individuais.

Outro ponto abordado por Koller, Goedhart e Wessels (2005) é de que antes do cálculo da média (ou mediana) e eventual ponderação, devem ser desconsiderados os efeitos da alavancagem das empresas. Com efeito, Modigliani e Miller (1963) expõe que o risco de uma empresa é oriundo de duas fontes: operação e endividamento. Portanto, o coeficiente de risco do ativo, beta, depende das características operacionais (capital próprio) e do endividamento da empresa (capital de terceiros). Portanto, o beta calculado é função da estrutura de capital da empresa, ou seja, da relação Capital Próprio (*Equity* ou *E*) e Capital de Terceiros (*Debt* ou *D*), além do benefício fiscal (alíquota marginal ou *t*).

Desta forma, para se determinar o beta setorial, os betas de regressão devem passar por um processo denominado desalavancagem (Damodaran, 1999), de modo a determinar o risco operacional de cada empresa. A equação 20 demonstra como desalavancar o beta:

$$\beta_{\text{desalvancado}} = \frac{\beta_{\text{regressão}}}{\left(1 + (1 - t) \times \frac{D}{E}\right)}, \quad (20)$$

onde:

$\beta_{\text{desalavancado}}$ é o coeficiente de risco operacional da empresa;

$\beta_{\text{regressão}}$ é o beta calculado pela regressão;

t é a alíquota fiscal marginal, que depende do país;

D é o percentual de capital de terceiros (dívidas) da empresa;

E é o percentual de capital próprio (patrimônio líquido) da empresa.

3.2.2.5 – Limitações do CAPM na avaliação de ativos reais

Existem duas características específicas do modelo que impõem restrições ao uso do CAPM na avaliação de empreendimentos: (i) Os betas, seguindo a definição, são calculados para ativos publicamente negociados, ou seja, geralmente são aplicáveis a ações; (ii) o beta calcula apenas os riscos sistemáticos do ativo, ou seja, apenas aqueles que afetam todos os ativos do mercado, não importando os riscos específicos do ativo avaliado, mas que não afetam o restante do mercado.

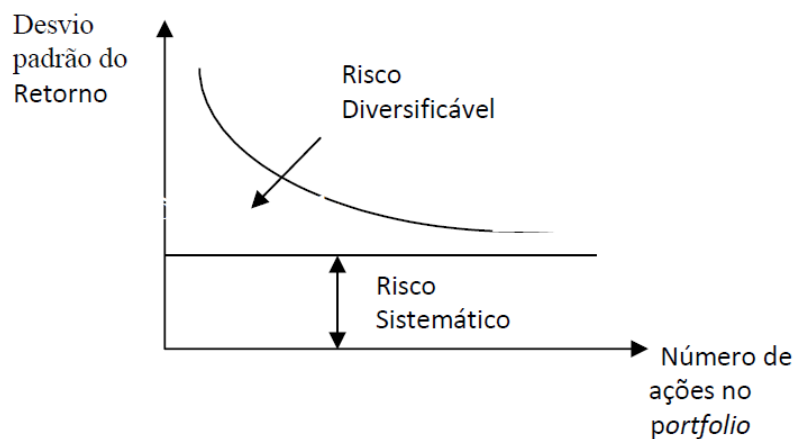
Quanto ao cálculo do beta, realmente a definição mostra que ele pode ser determinado apenas para ativos publicamente negociados. Via de regra, empreendimentos são companhias privadas, que não apresentam negociações públicas, portanto não poderiam ser calculados. Uma alternativa a essa questão, apresentada por Macanhan (2002) é o uso de variáveis *proxy* para o cálculo do beta. No entanto, a solução para esta questão foi apresentada por diversos autores da área de finanças, dentre eles Damodaran (2007) e Pratt e Grabowski (2008). Eles propõem que a análise de determinado ativo não seja pelo beta específico do mesmo, mas por uma variável denominada beta setorial, que é composta por uma amostra de betas de empresas do mesmo setor daquele do avaliando. Pode-se tomar a média, a média ponderada ou a mediana desta amostra, que resultaria no citado beta setorial.

Segundo os autores, pode haver erros associados à estimativa de um beta em particular. Mas o uso de uma amostra tenderia a anular estes erros, considerando que eles sejam aleatórios.

Portanto, para avaliar um empreendimento do setor de shopping centers, por exemplo, determina-se o beta setorial daquela indústria, buscando betas das empresas componentes do setor e extraindo desta amostra alguma medida de tendência central.

O segundo ponto é mais complexo. A formulação do CAPM realmente considera que apenas os riscos sistemáticos, ou seja, apenas aqueles que afetem todos os ativos, são importantes na definição do retorno (taxa de desconto) do bem avaliando. Isto ocorre porque, na formulação do modelo, parte-se da hipótese de que os investidores são diversificados, e quaisquer fontes específicas de risco de um ativo em particular não afetam a rentabilidade da carteira e, em última hipótese, do próprio ativo. A figura 10 ilustra este conceito.

Figura 10: Quantidade de ações e risco de portfolio



Fonte: Assaf Neto, Lima e Araújo (2008).

Portanto, riscos que afetam poucas empresas ou apenas a empresa específica (ou empreendimento) em análise são importantes para se determinar a taxa de desconto a ser aplicada no fluxo de caixa descontado. Diante disso, o modelo CAPM pode levar a subavaliação do risco para este tipo de avaliação.

Damodaran (2007) propôs uma metodologia para incorporar os riscos não sistemáticos na avaliação de empresas de capital fechado, denominado β total. Esta metodologia consiste na divisão do chamado beta de mercado pelo coeficiente de determinação da equação usada para o cálculo do mesmo (vide equação 21).

$$\text{beta total} = \frac{\text{beta mercado}}{\sqrt{r^2}}, \quad (21)$$

Onde

beta total: é o coeficiente que considera os riscos específicos do ativo;

beta mercado: é o coeficiente calculado por 1.5;

r^2 : é o coeficiente de correção da equação 1.5.

Pratt e Grabowski (2008) suportaram esta metodologia. Benvenho (2011) apresentou uma aplicação do β total para utilização em empreendimentos do setor sucroalcooleiro. No entanto, a bibliografia de finanças não tem demonstrado aceitação e faltam estudos empíricos que deem suporte de que o β total realmente capte os riscos específicos (não-sistemáticos) do ativo.

3.2.3 – Considerações sobre o uso do CAPM no cálculo da taxa de desconto

Como visto neste capítulo, há uma série de questionamentos e críticas quanto ao uso do CAPM (e do beta) na estimativa da taxa de rentabilidade (ou taxa de desconto), quando da aplicação de modelos de avaliação pelo fluxo de caixa descontado. No entanto, ele persiste como a principal metodologia para o cálculo do custo de capital próprio (vide, por exemplo, Correia e Cramer, 2008, no qual 71,4% dos entrevistados adotam o método; Truong, Partington e Peat, 2008, cujo percentual é de 72% ou Brotherson *et al*, 2013, no qual tem-se 90%). Quais seriam os motivos?

Tome-se as conclusões de Fellet (2016). Apesar de os modelos APT e 3 fatores de Fama e French apresentarem desempenho superior na previsão de retornos de ações e portfólios ao CAPM, este também apresenta bons resultados. Entretanto, eles apresentam formas mais complexas, levando a um custo mais alto de utilização, sem que isso seja revertido em resultados muito superiores. O APT, por sua vez, considera uma série de parâmetros e não existe uma teoria que evidencie quais devem ser usados na aplicação do modelo, de acordo com Pratt e Grabowski (2008).

Quanto ao modelo de 3 fatores de Fama e French, Koller, Goedhart e Wessels (2005) indicam que ele é baseado apenas em evidências empíricas e, embora as variáveis

adotadas apresentem coerência, não há uma teoria de suporte, ao contrário do CAPM, o qual, apesar de hipóteses bastante restritivas, é originário de uma teoria bastante consolidada. Por fim, Koller, Goedhart e Wessels (2005, p. 318) concluem:

No final das contas? É preciso uma teoria melhor para “matar” uma teoria existente, e nós ainda não contemplamos uma teoria melhor. Portanto, nós continuamos usando o CAPM, porém nos mantendo atentos a novas pesquisas na área.

Diante disso, parece comum acordo dos autores que não há uma teoria melhor, que possa efetivamente substituir ao CAPM. Apesar dos modelos alternativos, em alguns estudos, apresentarem resultados superiores ao CAPM, eles não foram confrontados na mesma medida que este.

Conclui-se que, apesar de diversos questionamentos ao CAPM, este ainda apresenta informações importantes para o avaliador e que, se o mesmo estiver ciente das limitações do modelo, este ainda pode apresentar informações importantes durante o trabalho de avaliação.

3.3 – Simulação de Monte Carlo

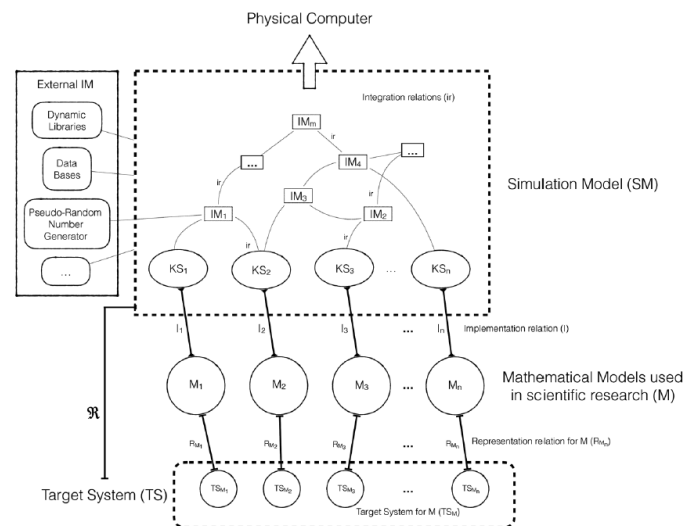
3.3.1 – Técnicas de simulação

De acordo com Freitas Filho (2001), a simulação implica na modelagem de um processo ou sistema, de tal forma que o modelo imite as respostas do sistema real numa sucessão de eventos que ocorrem ao longo do tempo. Com efeito, num processo de simulação, busca-se obter respostas de um sistema estudado pelas entradas escolhidas ou aleatórias.

As simulações inicialmente eram bastante limitadas, devido ao grande número de cálculos a serem feitos. Hoje, ela já é considerada uma técnica computacional. Rubenstein e Kroese (2008) verificam que a simulação é uma técnica numérica para efetuar experimentos em um computador digital, o qual envolve certos tipos de modelos matemáticos e lógicos que descrevem o comportamento de sistemas econômicos ou financeiros (ou outros componentes) sobre longos períodos.

Para Duran (2020), um modelo de simulação envolve o núcleo de simulação (*Kernel Simulation, KS_i*), que é a implementação dos modelos matemáticos (M_i) pelo formalismo da linguagem de programação. A seguir, vem os módulos de integração (*Integration Modules, IM_k*), que são responsáveis por integrar elementos externos com o núcleo da simulação e assegurar a sincronização e compatibilidade entre eles. O propósito dos módulos de integração é o de garantir adequação computacional ao modelo de simulação. A figura 11 representa a interação entre os elementos.

Figura 11: Arquitetura geral de um modelo de simulação



Fonte: Duran (2020).

Existe uma diversa gama de problemas, de vários campos do conhecimento, que podem ser abordados por técnicas de simulação, incluindo climatologia, progressão de doenças, fabricação, danos em acidentes automobilísticos, rentabilidade de carteiras, etc. Quando os modelos de simulação envolvem a geração de números e variáveis aleatórias e processos estocásticos²², a técnica de simulação é denominada Modelo Monte Carlo.

²² Diz-se um processo estocástico quando o seu comportamento é não determinístico, no sentido de que cada estado desse processo não determina completamente qual será o próximo.

3.3.2 – Números aleatórios

Números aleatórios são números que pertencem a uma série numérica que não pode ser prevista pelos números anteriores. São números necessários em simulações computacionais, criptografia, jogos e extração de amostras de grandes coleções de dados.

Inicialmente, números aleatórios eram gerados por métodos mecânicos, tais como a roleta, arremesso de dados, moedas, cartões e outros. No entanto, de acordo com Benett (2003), conforme as aplicações necessitavam de maior quantidade de números aleatórios, os métodos mecânicos se tornaram difíceis de manejar, bem como não era possível garantir a aleatoriedade deles. Diante disso, tabelas de números aleatórios começaram a ser construídas.

Com o advento da computação, e a necessidade por largas quantidades de dados, criaram-se geradores de dados pseudoaleatórios, usando expressões algébricas. Um dos primeiros, e atualmente o mais utilizado é denominado Gerador Congruente Linear, que foi apresentado por Lehmer (1949):

$$X_{t+1} = (aX_t + c) \bmod m, \quad (22)$$

onde:

- X_0 é a semente;
- a é o multiplicador;
- c é o incremento;
- m é o divisor.

A operação módulo significa que $aX_t + c$ é dividido por m e o resto da divisão é o valor de X_{t+1} .

A geração de números pseudoaleatórios traz problemas, por que não obedece ao critério de imprevisibilidade dos números, ou seja, eles são determinísticos, pois dado qualquer X_t é possível definir X_{t+1} . Além disso, eles são periódicos, pois dependendo de a , c e m , haverá repetição na sequência. Tome-se por exemplo um gerador com $a = 2$, $c =$

3, $m = 11$ e a semente $X_0 = 3$. A sequência de números se repete a cada 10 períodos, conforme Tabela 4.

Tabela 4: Sequência de números pseudoaleatórios

t	X
0	3
1	9
2	10
3	1
4	5
5	2
6	7
7	6
8	4
9	0
10	3
11	9
12	10
13	1
14	5
15	2
16	7
17	6
18	4
19	0
20	3

Fonte: Autor.

No entanto, a escolha dos parâmetros, especialmente m , pode contornar este problema. Segundo Lehmer (1949), a adoção do primo de Mersenne ($2^{31} - 1$) como divisor leva a geração de 2 bilhões de dígitos diferentes.

De acordo com Priyanka, Hussaim e Khaliq (2019), geradores de números pseudoaleatórios, com corretas escolhas de parâmetros, são capazes de simular propriedades de aleatoriedade a sequência de números gerados, sendo então aptos a serem usados nas aplicações necessárias. Além disso, são eficientes, ou seja, é possível gerar grandes sequências com relativamente pouco esforço computacional.

Por outro lado, há os números aleatórios verdadeiros, os quais são efetivamente aleatórios, ou seja, não é possível prever qualquer elemento na sequência a partir do anterior, e são não periódicos, ou seja, não há repetição da sequência.

Para a geração de números aleatórios verdadeiros, eram usados os já citados métodos mecânicos, mas estes não eram eficientes, sobretudo em face a massiva quantidade de números necessários. Tem sido desenvolvidos novos métodos de geração de números aleatórios, por meio de aplicações de mecânica quântica. Por exemplo, Sharoglazova *et al* (2018) descrevem um gerador de números aleatórios de alta velocidade por meio da detecção de aleatoriedade na flutuação do vácuo de um campo eletromagnético na cavidade de um laser. Segundo os autores, o método permite geração de uma grande quantidade de dígitos (a taxa de 1 Gbps, ou 1 bilhão de dígitos por segundo!), com propriedades de aleatoriedade, sem necessidade de processamento posterior. Aungskunsiri *et al* (2020) propõe a geração de números aleatórios por um diodo semiconductor, concluindo que o dispositivo em questão pode gerar grande quantidade de números aleatórios verdadeiros, e que é fácil a integração do mesmo a um computador para aproveitamento das sequências geradas.

Além desses, de acordo com Priyanka, Hussaim e Khaliq (2019) há sites que geram números aleatórios verdadeiros. O random.org (www.random.org) gera números aleatórios oriundos de ruídos atmosféricos. Já o HotBits (<https://www.fourmilab.ch/hotbits/>) usa o decaimento radioativo.

Algumas vezes, os próprios números aleatórios podem ser empregados na simulação. Na maioria dos casos, no entanto, é necessário transformar estes números em variáveis aleatórias que seguem distribuições diferentes da distribuição uniforme e que são mais convenientes ao fenômeno que se quer estudar.

3.3.3 – Modelo Monte Carlo

De acordo com Metropolis (1987), a técnica conhecida como Monte Carlo trata-se de um sistema já utilizado por diversos cientistas, conhecido pelos antigos como amostragem estatística. Cita como exemplo o caso de Enrico Fermi, que desenvolveu de forma independente o método Monte Carlo, mas não publicou seus achados. Ao final, o referido autor indica que a metodologia cairia em desuso devido às limitações para a geração de números aleatórios, necessárias ao seu desenvolvimento.

Com o advento da computação eletrônica, e as novas ferramentas de geração de números aleatórios, a Simulação de Monte Carlo foi inicialmente usada para estudar a difusão de nêutrons, no âmbito do Projeto Manhattan, cujo objetivo era a construção da bomba atômica (Ulam, Von Neuman e Ritchmeyer, 1947).

Posteriormente, Metropolis e Ulam (1949) formularam a Simulação de Monte Carlo como um método para resolver complexos problemas físicos ou matemáticos pelo uso de teoria da probabilidade, com vistas a resolver equações diferenciais ou integro-diferenciais. A metodologia envolvia a geração de números aleatórios e a associação dos mesmos a variáveis aleatórias que seguiam distribuições de probabilidade pré-definidas. Estas variáveis aleatórias, por um modelo determinístico gerariam uma distribuição de probabilidade para a variável resposta, cujas análises seriam efetuadas sobre suas propriedades estatísticas.

3.3.3.1 – Variáveis aleatórias

Segundo ABNT (1988, pg. 3):

3.1.1 Variável aleatória

Variável que pode assumir qualquer dos valores de um conjunto especificado de valores e com o qual está associada uma distribuição de probabilidade.

Subsidiariamente, apresenta-se a de distribuição de probabilidade, também de ABNT (1988, pg. 2):

3.1.4 Distribuição de probabilidade de uma variável aleatória

Função que determina a probabilidade de uma variável aleatória assumir qualquer valor dado ou pertencer a um determinado conjunto de valores.

Neste caso, existem algoritmos específicos, conhecidos como Funções Geradoras de Variáveis Aleatórias (FGVA). Para cada tipo de distribuição teórica de probabilidades, existe uma FGVA específica.

De acordo com Rubinstein e Kroese (2008), os principais métodos para gerar variáveis aleatórias são os seguintes:

1. Método da Transformação inversa;
2. Método Alias;
3. Método da Composição;
4. Método da Aceitação-Rejeição.

Apresenta-se a seguir os métodos da transformação inversa e da aceitação-rejeição, pois são os mais adotados na simulação Monte Carlo.

Transformação inversa

Considerando-se que $X \sim \text{Exp}(\lambda)$

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x},$$

solucionando $u = F(x)$ em termos de x , tem-se que

$$F^{-1}(u) = -\frac{1}{\lambda} \ln(1-u)$$

considerando que $U \sim U(0,1)$, seguem-se os seguintes passos:

1. Gera-se um número aleatório $U \sim U(0,1)$;
2. Obtém-se $X = -\frac{1}{\lambda} \ln U$ como uma variável aleatória de $\text{Exp}(\lambda)$

Aceitação rejeição

O método da aceitação rejeição foi desenvolvido por John Von Neumann nos primeiros estudos sobre simulação de Monte Carlo.

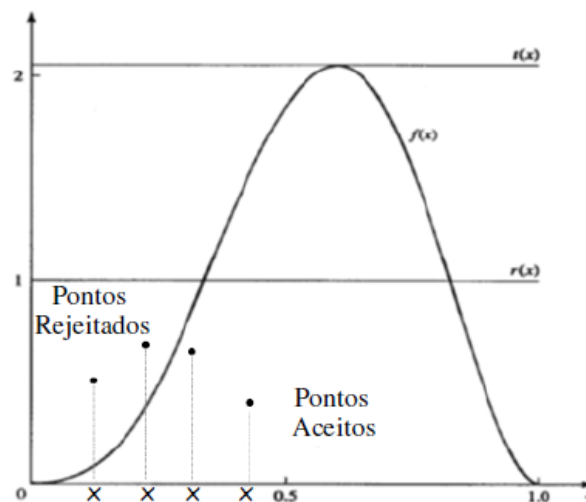
Neste método se supõe que determinada função densidade de probabilidade $f(x)$ é válida para um intervalo finito $[a,b]$ e zero fora deste intervalo.

O desenvolvimento é feito a seguir:

1. Gera-se $X \sim U(a,b)$;
2. Gera-se $Y \sim U(0,c)$, independente de X ;
3. Se $Y \leq f(X)$, então $Z = X$, caso contrário, volta-se para o passo 1.

Observe-se o a Figura 12.

Figura 12: Ilustração do método de aceitação rejeição



Fonte: Autor.

3.3.3.2 – Exemplos de uso da simulação Monte Carlo em problemas matemáticos

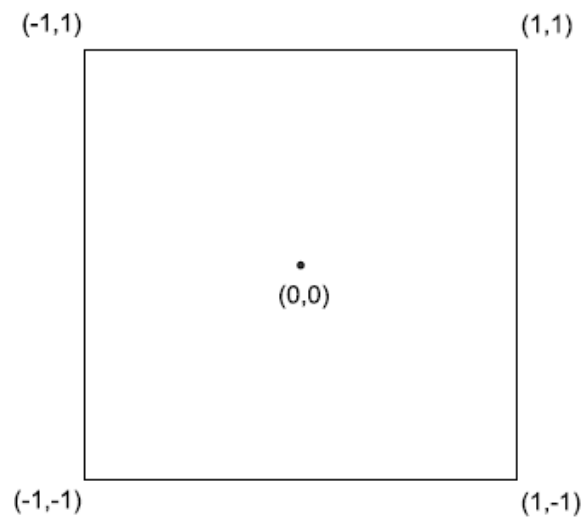
Há várias aplicações para a simulação Monte Carlo em problemas matemáticos. Apresentam-se a seguir alguns exemplos simples da técnica para solução de problemas matemáticos simples.

Cálculo do π

Um exemplo bastante simples da simulação Monte Carlo é o cálculo do número π . Segue exemplo extraído de Paula (2014).

Considere que um vetor aleatório (X,Y) é distribuído uniformemente no quadrado de área 4 centrado na origem $(0,0)$, conforme observado no figura 13.

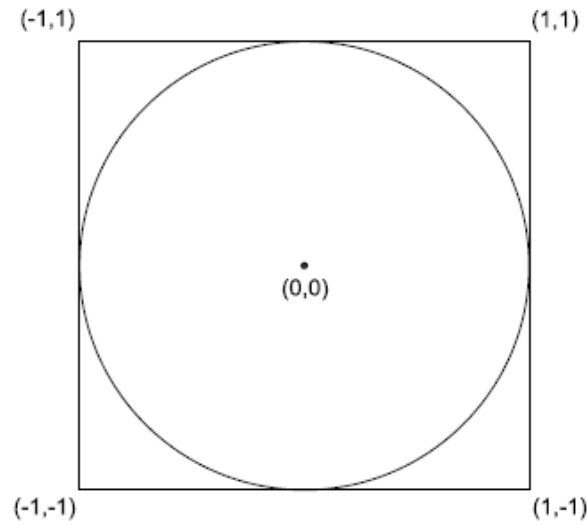
Figura 13: Quadrado de centro $(0,0)$ e área 4



Fonte: Paula (2014).

Considere-se agora a probabilidade de o ponto aleatório estar contido no círculo circunscrito ao quadrado, com centro na origem e raio 1 (figura 14).

Figura 14: Círculo dentro do quadrado



Fonte: Paula (2014).

Sabe-se que área do quadrado $A_{\text{quadrado}} = 4$ e $A_{\text{circulo}} = \pi r^2 = \pi 1^2 = \pi$. Portanto, a probabilidade do ponto aleatório (X,Y) estar contida no círculo referido é:

$$P\{(X,Y) \text{ contido no círculo}\} = P\{X^2 + Y^2 \leq 1\} = \frac{A_{\text{circulo}}}{A_{\text{quadrado}}} = \frac{\pi}{4}, \quad (23)$$

Considere-se agora um número aleatório U com distribuição uniforme em $(0,1)$. Para que o mesmo seja uniforme em $(-1,1)$, faz-se a transformação $X = 2U - 1$ e $Y = 2U - 1$.

Se forem gerados dois números aleatórios U_1 e U_2 , tais que $X = 2U_1 - 1$ e $Y = 2U_2 - 1$, e impondo a condição:

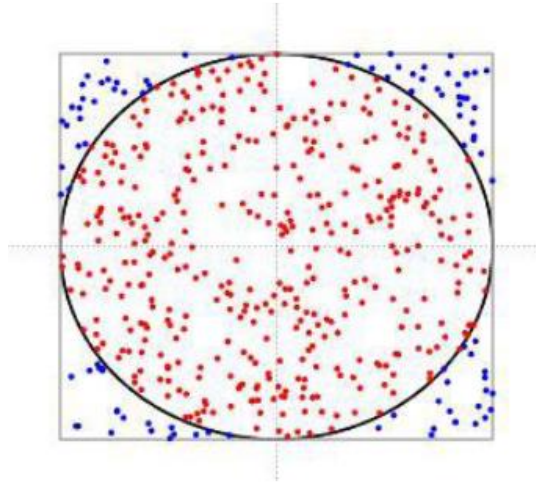
$$I = \begin{cases} 1, & \text{se } X^2 + Y^2 \leq 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad (24)$$

A proporção entre o número de pontos dentro do círculo e o número total de pontos é a proporção entre a área do círculo e do quadrado, ou seja $\frac{\pi}{4}$. Portanto, tem-se:

$$\pi = 4P\{X^2 + Y^2 \leq 1\}, \quad (25)$$

Os pontos estão dispostos na Figura 15.

Figura 15: Pontos aleatórios gerados no círculo e no quadrado



Fonte: Autor.

Utilizando um modelo de geração de números congruente linear, chega-se aos resultados da Tabela 5:

Tabela 5: Estimação do valor de π

Simulações	Valor π
100	3,2800
1.000	3,1760
10.000	3,1536

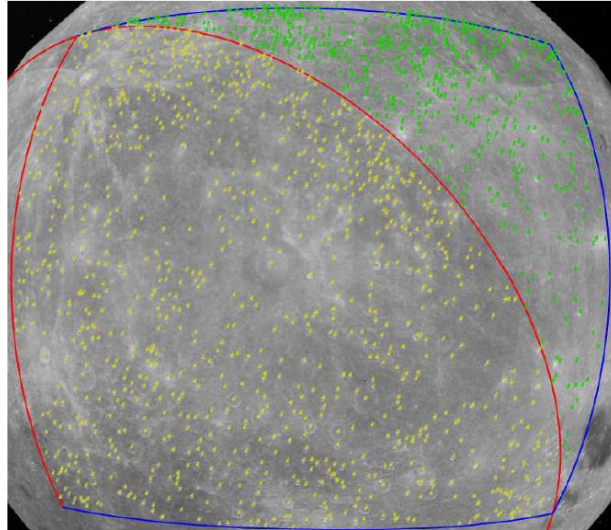
Fonte: Autor.

A simulação também exhibe o método de geração de variáveis aleatórias pela Aceitação-Rejeição.

Uma interessante extensão da aplicação do cálculo do π foi feita por Ardenghi (2019), no qual é estimado raio da lua pela contagem de crateras, na qual se considera que elas estão aleatoriamente distribuídas, ou seja, emulam um gerador de números

aleatórios. O trabalho também considera os efeitos da esfericidade da lua. A Figura 16 mostra as crateras como pontos aleatórios.

Figura 16: Contagem de crateras na superfície da lua como gerador de números aleatórios



Fonte: Ardenghi (2019).

O raio da lua estimado pela metodologia foi de 1.820 ± 146 quilômetros, intervalo no qual está incluso o raio efetivo, de 1.737 quilômetros.

Cálculo de integrais

Considere-se uma função $f(x)$ onde se queira calcular y tal que:

$$y = \int_0^1 f(x)dx, \quad (26)$$

Considerando uma variável aleatório U uniformemente distribuída no intervalo $(0,1)$, tem-se:

$$y = \int_0^1 f(x)dx = E[f(u)], \quad (27)$$

Se $U_1, U_2, \dots, U_n$ são variáveis aleatórias uniformemente distribuídas, então $f(U_1), f(U_2), \dots, f(U_n)$ são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com média y . Portanto, obtém-se y pela média da $f(U_n)$ com $n \rightarrow \infty$, ou:

$$y = \sum_{i=1}^n \frac{f(U_i)}{n}, \quad (28)$$

Tome-se como exemplo a seguinte integral:

$$y = \int_0^1 x dx, \quad (29)$$

A resolução analítica é feita da seguinte forma:

$$y = \int_0^1 x dx = \frac{x^2}{2} + k \Big|_0^1 = \frac{1^2}{2} + k - \frac{0^2}{2} - k = \frac{1}{2} = 0,5, \quad (30)$$

Portanto, o valor analítico da integral é 0,5. Fazendo simulações por meio da geração de números aleatórios, tem-se os valores da Tabela 6.

Tabela 6: Simulações para cálculo da integral $\int x dx$

Simulações	Valor da integral
100	0,4606
1000	0,5048
5000	0,4998

Fonte: Autor.

Já para a integral:

$$y = \int_0^1 e^x dx, \quad (31)$$

Tem-se a seguinte resolução analítica:

$$y = \int_0^1 e^x dx = e^x + k \Big|_0^1 = e^1 + k - e^0 - k = e - 1 = 1,7182, \quad (32)$$

Logo, o valor analítico é de 1,7182 (aproximado). Repetindo o procedimento para a integral anterior, tem-se os valores da Tabela 7

Tabela 7: Simulações para cálculo da integral $\int e^x dx$

Simulações	Valor da integral
100	1,6648
1000	1,7281
5000	1,7186

Fonte: Autor.

Portanto, integrais podem ser calculadas numericamente, com soluções muito próximas das analíticas, pela simulação de Monte Carlo. Integrais de $-\infty$ a $+\infty$, bem como integrais duplas e triplas, podem ser calculadas com convenientes transformações de variáveis ou geração de vetores aleatórios.

3.3.4 – Aplicações da Simulação de Monte Carlo

Foram apresentadas algumas aplicações simples da simulação Monte Carlo em resolução de problemas matemáticos. No entanto, o campo de aplicações é muito mais amplo e envolve grande extensão de áreas, onde é necessária a resolução de modelos complexos, os quais muitas vezes são difíceis de tratar de forma analítica.

Kroese *et al* (2014) destacam que a Simulação de Monte Carlo é largamente empregada nas seguintes áreas:

Engenharia industrial e pesquisa operacional: Esta é uma das principais áreas de aplicação das simulações, envolvendo simulação de processos de inventário, determinação de tarefas, rotas de veículos e confiabilidade de sistemas. A pesquisa operacional envolve otimização de sistemas complexos e a simulação Monte Carlo é importante ferramenta para atingir pontos de máximo ou de mínimo.

Processos físicos e estruturais: A simulação do processo de movimento do nêutron foi o ponto de partida para o desenvolvimento da simulação Monte Carlo, e esta técnica continua bastante importante na modelagem de processos físicos. Na área de química, simulações são adotadas na cinética de reações e na modelagem de transmissão de fótons através de tecidos biológicos.

Grafos aleatórios e estruturas combinatórias: Um uso mais matemático das técnicas de simulação Monte Carlo são os estudos de estruturas aleatórias e grafos que são adotadas em física estatística, teoria da probabilidade e ciência da computação. Os modelos clássicos de ferromagnetismo, e os modelos de Ising e de Potts são exemplos de estruturas aleatórias, nos quais é comum o problema da estimação da função de partição.

Estatística computacional: A simulação Monte Carlo teve um impacto profundo na análise estatística de grandes conjuntos de dados. As largas coleções de dados são tratadas de forma mais eficiente por simulações probabilísticas. Outro importante campo beneficiado pela simulação Monte Carlo foi a estatística Bayesiana, onde as técnicas conhecidas como Monte Carlo Markov Chain (MCMC) permitem melhores estimativas das funções de probabilidade *a posteriori*.

Economia e finanças: Talvez uma das áreas que mais se beneficiou das técnicas de simulação Monte Carlo foi a de economia e finanças. A análise de cenários de um projeto de investimento, antes restrita a alguns poucos cenários, agora pode envolver análise de milhares até milhões de forma relativamente simples. O uso em precificação de opções, cálculo do valor em risco, análise de grandes portfólios de investimento, análise de opções reais ou mesmo em fluxos de caixa simples é hoje bastante comum.

3.3.5 – Simulação de Monte Carlo em Economia e Finanças

Da grande gama de possíveis aplicações da Simulação de Monte Carlo, a economia e finanças talvez tenha sido a mais beneficiada ou, pelo menos, uma das mais, pela referida modelagem.

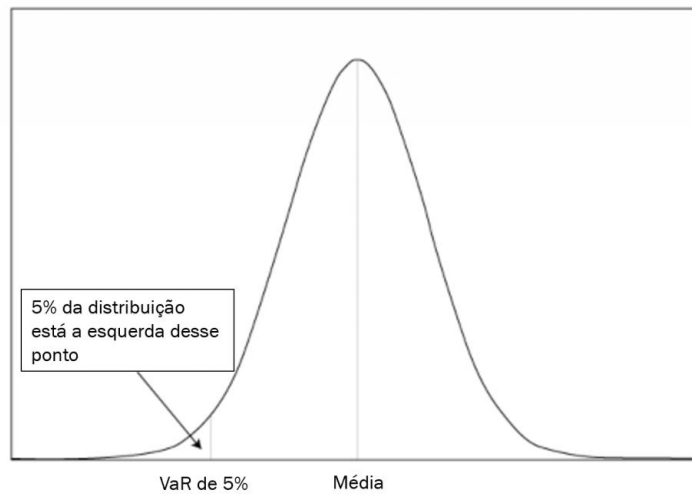
A possibilidade de geração de simulações probabilísticas, associada ao crescente aumento do poder computacional, permitiram o tratamento de sofisticados modelos econômico-financeiros de forma extremamente eficiente.

Copeland e Antikarov (2001) adotam de forma extensiva, na análise de viabilidade de inúmeros projetos por opções reais, as técnicas de Simulação de Monte Carlo. O campo de análise por opções reais tem se mostrado um dos mais ativos usuários das técnicas de Simulação de Monte Carlo. Samis e Davis (2014) analisam o financiamento de uma mina de ouro usando as técnicas de fluxo de caixa descontado tradicional e opções reais, conjugados com a Simulação de Monte Carlo. Eles concluem que a simulação permite o risco de default do empreendimento bem como a possibilidade de os credores recuperarem parte dos fluxos de caixa.

Mogollón (2019) utiliza a conjugação das opções reais com a Simulação de Monte Carlo para analisar a volatilidade e o risco de projetos de exploração petrolífera na Colômbia, destacando que a técnica permite uma melhor análise dos riscos na precificação dos investimentos. Armstrong *et al* (2019) analisam projetos de mineração com risco de rompimento de barragens de rejeitos e o impacto do mesmo no valor do ativo. Também usam o método Monte Carlo para decidir entre a manutenção das barragens ou a conversão do tratamento de rejeitos para um processo seco.

A técnica do *Value at Risk* (VaR) também utiliza intensamente a Simulação de Monte Carlo. O conceito do VaR é determinar o valor exposto ao risco, ou seja, a possível perda, para determinadas probabilidade e período. O VaR considera que os retornos de determinado ativo financeiro seguem uma distribuição de probabilidade normal e, usando a média e o desvio padrão desta distribuição, decide-se qual o grau de proteção que se deseja, considerando as áreas sobre a curva normal, conforme Figura 17.

Figura 17: Curva de retorno de investimento e determinação do VaR



Fonte: Versa Fundos de Investimento (www.fundoversa.com.br).

Na Figura 19 vê-se um VaR de 5%, ou seja, para aquele dado valor, a probabilidade de lucro com o ativo é de 95% e o risco é de 5%.

Segundo Jorion (2006) a Simulação de Monte Carlo é o método mais poderoso para calcular o VaR, pois é flexível para incluir variações de tempo nas volatilidades ou retornos esperados, caudas gordas, cenários extremos.

Oppong, Asamoah e Oppong (2016) analisam o VaR para 10 ações do mercado acionário de Gana, adotando a simulação histórica e a Simulação de Monte Carlo. Concluem que este método é superior a simulação histórica dentro do horizonte de tempo e amostra analisada.

Pasieczma (2019) calcula o VaR para 95% e 99% de duas ações do mercado acionário polonês (WIG20 e MWIG40), considerando seis diferentes períodos de cotações (entre 1 e 250 dias). Ela conclui que a escolha do período de análise tem grande influência na melhor ou pior aderência do VaR aos dados observados, mas que a Simulação de Monte Carlo é uma ferramenta bastante confiável para o cálculo do VaR, quando os parâmetros do modelo são eficientemente estimados.

A análise de risco é, provavelmente, a área onde a Simulação de Monte Carlo é mais utilizada. Vose (2008) apresenta extensa modelagem para análise de diversas situações de risco por técnicas de Simulação de Monte Carlo. Damodaran (2009) apresenta a Simulação de Monte Carlo como importante técnica para analisar o risco em valor de empresas e ações.

Teplý e Klinger (2015) analisam uma modelagem de risco sistêmica por meio da Simulação de Monte Carlo, utilizando a relação do sistema bancário mundial e a crise de dívidas externas. Eles concluem, com a adoção de dados reais, que a ajuda do estado ao sistema bancário é importante no curto prazo, mas que no longo prazo ela pode ser danosa, dependendo dos parâmetros do auxílio.

Togashi (2018) efetuou uma análise de risco para investimentos em eficiência energética de edifícios pela Simulação de Monte Carlo. Segundo o autor, a avaliação de investimento em eficiência energética tem sido realizada por meio de técnicas determinísticas, que não conseguem captar os riscos envolvidos. A Simulação de Monte Carlo permite analisar diversas situações de risco e incerteza envolvidos no projeto, tais como condições de tempo, entrada e saída de inquilinos, custo da energia, consumo de energia, eficiência dos equipamentos. Com a modelagem é possível determinar taxas de desconto específicas para cada possível projeto, permitindo determinar a melhor combinação de sistemas de eficiência energética.

Serrano-Gomez e Munoz-Hernandes (2019) aplicam a Simulação de Monte Carlo a análise de projetos de energias renováveis, mais especificamente a uma usina de geração de energia fotovoltaica de 250 MW. Os riscos são identificados pela opinião de especialistas, ponderadas pela lógica Fuzzy e Análise Hierárquica, e posteriormente tratados probabilisticamente pela Simulação de Monte Carlo. Os autores desenvolvem um parâmetro denominado “Nível de Confiança”, que traduz em números as opiniões dos especialistas consultados. Além disso, os riscos principais para o projeto, segundo a conclusão dos autores, os riscos de roubo de equipamentos e atrasos na entrega são os mais influentes no resultado.

Barañano, De La Peña e Moreno (2020) desenvolveram um modelo adotando a Simulação de Monte Carlo para determinar o capital de solvência necessária, nos termos dos acordos de Basiléia, para garantir um portfólio imobiliário, considerando desvalorizações decorrentes de crises. Os referidos autores concluem que o modelo desenvolvido pode gerar informações importantes para reguladores e companhias.

3.3.6 – Simulação de Monte Carlo em Avaliações

A avaliação de ativos sujeitos a risco, pelo fluxo de caixa descontado, é uma atividade que se beneficia de forma bastante da Simulação de Monte Carlo.

ABNT (2002, p. 11) já previa a técnica de Simulação de Monte Carlo como uma das possíveis abordagens para análise de risco na avaliação de empreendimentos: “seleção ao acaso de uma combinação de valores para as diversas variáveis-chave através de técnicas de simulação (como a técnica de Monte Carlo), com o objetivo de gerar a distribuição dos resultados possíveis”.

Benvenho (2009) usou a Simulação de Monte Carlo para determinar uma taxa de desconto ajustada ao risco na avaliação de um empreendimento sucroalcooleiro pelo fluxo de caixa descontado. Foi utilizado o princípio do VaR para determinar o valor mínimo do empreendimento avaliando, tendo em vista uma cobertura de risco conveniente para o investidor e, em sequência, foi associada uma taxa de desconto a este valor. Este procedimento permitiu uma análise de risco totalmente quantitativa, pela análise de séries históricas de preços de produtos e insumos.

Florencio e Alencar (2016) adotam a Simulação de Monte Carlo para determinação da taxa de desconto ajustada ao risco na avaliação de um empreendimento de base imobiliária, cujo objetivo era o determinar o valor de vinculação de garantia em uma operação de financiamento bancário. O autor conclui que a abordagem é superior a avaliação usual solicitada pelos agentes financeiros, pelo método evolutivo.

Hocchein, Hocchein e Mutti (2017) efetuam a análise da avaliação de um terreno pelo método involutivo, empregando a Simulação de Monte Carlo para quantificar a variabilidade das diferentes variáveis e seus impactos no valor final do imóvel, incluindo

os eventos extremos e a correlação entre variáveis. Concluem que a simulação Monte Carlo é ferramenta importante na avaliação pelo método involutivo, sobretudo por apresentar as probabilidades de diferentes valores do imóvel.

Majewski e Majewska (2017) aplicam a Simulação de Monte Carlo para a avaliação de direitos sobre propriedade do passe de quatro jogadores de futebol atuantes no mercado europeu: Robert Lewandowski, Cristiano Ronaldo, Zlatan Ibrahimovic e Paul Pogba. Inicialmente são aplicados métodos econométricos, considerando dados de transação e os modelos são divididos por fase da carreira – apresentação, crescimento, estabilização e declínio. Em sequência, a Simulação de Monte Carlo é aplicada para inferir possíveis evoluções no preço dos passes dos referidos jogadores. Eles concluem que a adoção da Simulação de Monte Carlo permite a obtenção de valores prováveis para a evolução dos passes, associados a probabilidade de ocorrência, melhorando a gestão de propriedade dos mesmos.

Classen *et al* (2019) usam a Simulação de Monte Carlo para a avaliação de uma empresa pelo uso do fluxo de caixa descontado, incorporando diversas situações de variabilidade nas variáveis formadoras de valor daquela. Concluem que a abordagem pela Simulação de Monte Carlo é superior, pois o fluxo de caixa descontado apresentado de forma independente considera uma situação determinística, o que resulta um único valor, ao passo que a implementação do método implica na projeção de variáveis ao longo do tempo e que tal procedimento envolve risco de desvios nos valores projetados, que são captados pela simulação, a qual permite identificar a distribuição de probabilidades para o valor final bem como calcular a perda máxima provável (valor em risco) para o ativo.

Gleißner e Ernst (2019) discutem a análise de risco na avaliação de uma empresa como alternativa ao CAPM. O risco é analisado como o denominado equivalente-certeza dos fluxos de caixa, descontados a taxa livre de risco, onde são considerados diversos cenários. Adota-se a Simulação de Monte Carlo para quantificar os riscos a que a empresa está exposta e as medidas oriundas deste são o desvio padrão e o VaR. Concluem que a análise de risco por Simulação de Monte Carlo pode suprir deficiências do CAPM, incluindo a avaliação de empresas que não são publicamente negociadas.

Isella (2019) avalia um prédio de escritórios de alto padrão em Milão, usando o método do fluxo de caixa descontado de forma determinística e, em seguida, incorpora o risco associado pela análise de cenários, análise de sensibilidade das variáveis e Simulação de Monte Carlo. O autor conclui que a avaliação por fluxo de caixa descontado básica não provê informações suficientes para uma tomada de decisão, incluindo aí a probabilidade de o investimento ser lucrativo. A análise do risco por meio da Simulação de Monte Carlo traz uma série de informações extras para a análise do projeto, incluindo a probabilidade de a aquisição do imóvel ser lucrativa, o que faz do mesmo uma abordagem superior ao fluxo de caixa determinístico.

4 – BASE METODOLÓGICA DA PROPOSTA DE CÁLCULO DA TAXA DE DESCONTO PARA ATIVOS REAIS

4.1 – Análise de risco e taxa de desconto

Tendo detalhado as metodologias de análise de risco do CAPM e da Simulação de Monte Carlo, nesta parte da dissertação será detalhada uma metodologia de combinação de ambas, de modo a considerar os riscos sistemáticos e não sistemáticos (específicos) do ativo analisado.

A análise do risco será sintetizada na taxa de desconto a ser utilizada para trazer a valor presente (descontar) os fluxos de caixa previstos para o ativo analisado. Com efeito, segundo ABNT (2002, pg. 5), taxa de desconto é “Taxa utilizada para calcular o valor presente de um fluxo de caixa”. Ainda sobre taxa de desconto, Damodaran (2007, pg. 19) explica: “Nas avaliações pelo fluxo de caixa descontado, as taxas de desconto devem refletir o grau de risco dos fluxos de caixa”. Correia Neto e Brandão (2018, pg. 78) também consideram que a análise de risco nas avaliações pelo fluxo de caixa descontado é realizada por meio da taxa de desconto:

Em particular, o método do fluxo de caixa descontado considera o risco do empreendimento por meio da taxa de desconto. Conforme observado anteriormente, as taxas utilizadas para descontar os fluxos de caixa são ajustadas ao risco do empreendimento, refletindo o risco assumido. Quanto maior seu risco, maior será a taxa de desconto.

Portanto, na avaliação de ativos pelo fluxo de caixa descontado, a taxa de desconto tem o importante papel de refletir os riscos do ativo analisado. Neste capítulo, serão detalhados individualmente os cálculos da taxa de desconto pelo CAPM e pela Simulação de Monte Carlo para, em sequência, apresentar a metodologia combinada.

4.2 – Cálculo da taxa de desconto pelo CAPM

O CAPM tem sido largamente empregado na avaliação de ativos financeiros para determinação da taxa de desconto a ser empregada no fluxo de caixa descontado. A equação 33 apresenta todos os componentes do cálculo do CAPM:

$$E_i = R_f + (E_m - R_f)\beta_{im}, \quad (33)$$

onde:

E_i é o retorno do ativo i ;

R_f é a taxa livre de risco;

E_m é a taxa de retorno do mercado.

β_{im} é o beta do ativo, ou seja, a variação do retorno de i em relação ao mercado.

Apresenta-se a seguir a forma de cálculo de cada um dos parâmetros do modelo CAPM.

4.2.1 – Taxa livre de risco

Damodaran (2008, pg. 13) define a taxa livre de risco como um investimento que sempre apresenta o mesmo retorno, independente do cenário. Em termos formais, é um investimento cuja variância é zero. A literatura financeira²³ recomenda o uso do rendimento de títulos de longo prazo de uma economia madura, usualmente títulos do tesouro americano de longo prazo, 10 a 30 anos.

No entanto, tais títulos em questão refletem a oportunidade de investimento nos Estados Unidos e não estão, necessariamente disponíveis para um investidor, por exemplo, no Brasil. Diante disso é comum, quando se adota a taxa de rentabilidade de títulos do tesouro americano, adicionar um prêmio pelo risco do país, quando se está realizando a avaliação fora dos Estados Unidos.

Por outro lado, analistas e pesquisadores brasileiros tem adotado taxas específicas do Brasil como ativo livre de risco. Araújo, Oliveira e Silva (2012) analisaram diversos estudos sobre CAPM no Brasil apresentados em periódicos e congressos nacionais. Para a taxa livre de risco, 28% dos artigos adotam o CDI, 19% a taxa SELIC e 10% o rendimento da Caderneta de Poupança. Já Póvoa (2012) recomenda o uso do NTN-B (Nota do Tesouro Nacional B) como *proxy* para o ativo livre de risco, com prazo de vencimento similar ao período de projeção do fluxo de caixa. Fernandez, De Apellánis e

²³ Por exemplo, Copeland, Koller e Murin (2002) e o próprio Damodaran (2008).

Acín (2020) em pesquisa junto a analistas de mercado constata que no Brasil a taxa livre de risco média, obtida em 51 respostas, foi de 4,8%.

Para o presente trabalho será adotada a SELIC projetada para o ano de 2024 no relatório Focus do Banco Central do Brasil (BCB, 2021).

4.2.2 – Prêmio pelo risco de mercado

O prêmio pelo risco de mercado é a rentabilidade em excesso de uma carteira de mercado quando comparada ao ativo livre de risco. Damodaran (2020) indica o prêmio pelo risco de mercado pela comparação dos retornos das ações e de títulos de longo prazo do tesouro americano em diferentes períodos na Tabela 8.

Tabela 8: Prêmio pelo risco para o mercado americano

Período	Ações – Títulos 10 anos		Ações – Títulos 30 anos	
	Aritmética	Geométrica	Aritmética	Geométrica
1928 – 2019	8,18%	6,43%	6,35%	4,83%
1967 – 2019	7,26%	4,50%	5,93%	3,52%
1997 – 2019	13,51%	9,67%	12,93%	9,31%

Fonte: Damodaran, 2020.

Como se pode ver, dependendo do período, do título ou da forma de cálculo do retorno adotados, o prêmio pelo risco de mercado pode variar entre 3,52% e 13,51%.

Por outro lado, é usual adotar prêmios pelo risco de mercado indicados na literatura. Fernandez (2009) apresenta 150 prêmios pelo risco de mercado apresentados por diferentes autores, os quais variam de 3% a 10%, dependendo das considerações e das fontes de dados utilizadas.

Todos os valores citados são válidos para o mercado americano. Mas a literatura, mesmo em análise de ativos brasileiros recomenda o uso dos prêmios americanos, com a

justificativa de que se trata de um mercado maduro, com um histórico consistente de valores.

Póvoa (2012) analisa o prêmio de risco para o mercado brasileiro comparando o índice BOVESPA com a taxa SELIC, para diferentes períodos, dispostos na Tabela 9.

Tabela 9: Prêmio pelo risco de mercado brasileiro

Média geométrica			
Período	Bovespa - Retorno de mercado (Em)	SELIC - Taxa livre de risco (r_f)	Prêmio pelo risco de mercado (Em - r_f)
1976-2010	143%	177%	-12,3%
1986-2010	169%	241%	-21,1%
1996-2010	20%	22%	-1,6%
1999-2010	21%	20%	0,8%
2003-2010	25%	17%	6,8%

Fonte: Póvoa, 2012.

Como pode ser visto, apenas no período entre 2003 e 2010 percebe-se um prêmio pelo risco coerente. Possivelmente isto decorre da estabilização da economia brasileira.

Araújo, Oliveira e Silva (2012) destacam que 49% dos artigos analisados adotam o IBOVESPA como *proxy* para cálculo do prêmio pelo risco de mercado em trabalhos de análise do CAPM no Brasil.

Na pesquisa de Fernandez, De Apellánis e Acín (2020) com 51 analistas de mercado brasileiros, o prêmio pelo risco de mercado médio no Brasil foi de 7,9%, variando entre 5,7% e 10,8%.

Damodaran (2020) apresenta um prêmio pelo risco de mercado para o Brasil de 9,64%, pela soma do prêmio pelo risco de mercado americano (5,23%) com o risco país Brasil (4,41%).

Para o presente trabalho será adotado o prêmio pelo risco de mercado do Brasil apresentado em Fernandez, De Apellánis e Acín (2020). Justifica-se sua adoção pelo fato de se tratar de um valor médio originário de pesquisa feita com agentes de mercado e analistas, e que ele tem sido efetivamente adotado nas estimativas de CAPM no Brasil.

4.2.3 – β (beta)

O beta de um ativo é calculado pela relação entre a covariância dos retornos do referido ativo em relação ao retorno do mercado dividido pela variância dos retornos de mercado, conforme a equação 5. Em termos práticos o cálculo é realizado plotando-se os retornos do ativo em questão em relação aos retornos da carteira *proxy* de mercado, e calculando-se o coeficiente angular da reta de regressão.

Para exemplificar a metodologia de cálculo, segue uma estimativa do beta da empresa Cyrela, pelo uso de suas cotações mensais de fechamento entre fevereiro de 2008 e março de 2009, com relação ao índice IBOVESPA, considerado *proxy* de mercado, expostos na Tabela 10 e Figura 18.

Tabela 10: Fechamentos da ação da Cyrela e do índice BOVESPA e respectivos retornos mensais

Data	Fechamento da ação (i)	r_i	Fechamento IBOVESPA (m)	r_m
mar/09	655,00	-6,96%	40.653	6,47%
Feb/09	704,00	-24,30%	38.183	-2,84%
jan/09	930,00	1,09%	39.301	4,66%
Dec/08	920,00	17,35%	37.550	2,61%
nov/08	784,00	-26,04%	36.596	-1,77%
Oct/08	1.060,00	-45,64%	37.257	-24,80%
Sep/08	1.950,00	-4,83%	49.541	-11,03%
Aug/08	2.049,00	-10,13%	55.680	-6,43%
jul/08	2.280,00	2,98%	59.505	-8,48%

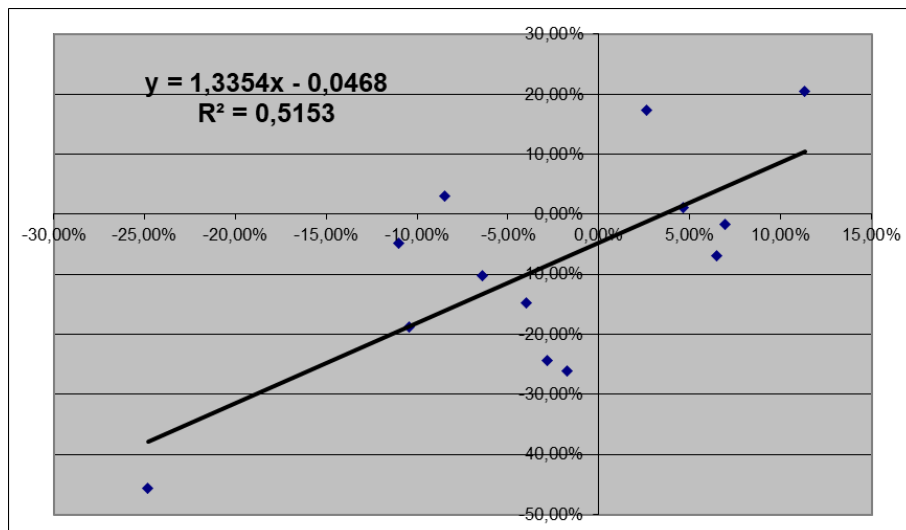
Continua

Conclusão

Data	Fechamento da ação (i)	r_i	Fechamento IBOVESPA (m)	r_m
jun/08	2.214,00	-18,84%	65.018	-10,43%
May/08	2.728,00	-1,62%	72.593	6,96%
Apr/08	2.773,00	20,57%	67.868	11,32%
mar/08	2.300,00	-14,81%	60.968	-3,97%
Feb/08	2.700,00		63.489	

Fonte: Autor, elaborado com dados da BOVESPA.

Figura 18: Gráfico dos retornos Cyrela x IBOVESPA



Fonte: Autor, elaborado com dados da BOVESPA.

Portanto, com os dados acima, é possível inferir que o beta da Cyrela é de 1,3354, coeficiente angular da reta de regressão. Ressalte-se que este é um exemplo bastante simplificado, adotando um curto período, apenas com o intuito de ilustrar o cálculo do beta pela definição.

No entanto, no caso do presente estudo, o ativo a ser avaliado é um ativo real, e ao contrário de uma ação, ativo financeiro, não possui negociação constante em mercado aberto. Portanto, não é possível calcular o beta pela definição.

Para o presente caso será adotado o beta setorial específico para o setor do ativo a ser analisado neste trabalho, neste caso um empreendimento de base imobiliária do tipo shopping center. Serão obtidos betas divulgados publicamente pelo serviço de informações financeiras Reuters (www.reuters.com) para empresas do setor do ativo analisado. Em seguida, será efetuado o desalavancamento dos betas, considerando a estrutura de capital das empresas, adotando a equação 20. Na sequência, calcula-se a média dos betas desalavancados, o qual será o beta setorial, sendo assim adotado na determinação da taxa de desconto pelo CAPM.

4.3 – Cálculo da taxa de desconto pela Simulação de Monte Carlo

Percebe-se na seção anterior que a determinação da taxa de desconto pelo CAPM é totalmente dissociada da análise do fluxo de caixa do ativo avaliando. Pode-se denominar esta análise de exógena.

Por outro lado, a determinação da taxa de desconto empregando a simulação de Monte Carlo é oposta, pois é realizada considerando possíveis variações probabilísticas nos resultados dos fluxos de caixa previstos. Tem-se então uma análise denominada endógena.

Diante disso, a primeira etapa é a estruturação do fluxo de caixa, a ser feita conforme a ABNT (2002) recomenda. Esta estruturação será realizada conforme o tipo de ativo analisado, sobretudo quais são suas receitas, despesas e custos.

Em seguida, é configurado um cenário base, considerado o cenário mais provável, onde serão feitas as projeções futuras para os fluxos de caixa. Estas projeções devem levar em consideração o histórico operacional do ativo, bem como as tendências futuras, tanto específicas do ativo quanto setoriais e de mercado em geral.

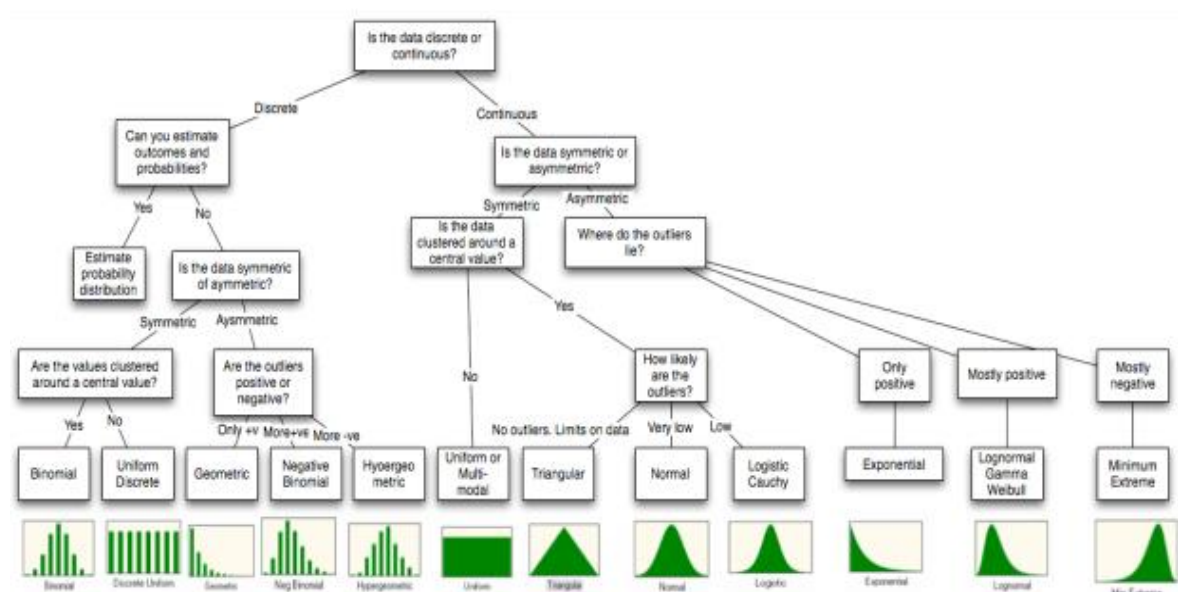
Posteriormente, definem-se as variáveis-chave, as quais são as variáveis cuja variação mais afeta os resultados do fluxo de caixa.

A cada uma dessas variáveis-chave, associa-se uma função de distribuição de probabilidade adequada ($f_{dp}(v_1)$, $f_{dp}(v_2)$, ..., $f_{dp}(v_n)$), sendo n o número de variáveis aleatórias.

As distribuições de probabilidade associadas a cada variável aleatória devem ser realizadas, sempre que possível, utilizando-se técnicas estatísticas. Existem testes, tais como Anderson-Darling, Kolmogorov-Smirnov e Chi Quadrado, que possibilitam a determinação da distribuição que melhor ajusta os dados.

Naturalmente, é necessário possuir dados para utilizar técnicas estatísticas. Na falta de séries mais detalhadas, Damodaran (2009) sugere um fluxograma para aproximar distribuições de probabilidade, detalhado na Figura 19.

Figura 19: Fluxograma para seleção de distribuições de probabilidade



Fonte: Damodaran, 2009.

Na inexistência de dados que permitam associar uma distribuição de probabilidade a variável aleatória por meio de técnicas estatísticas, o avaliador deve lançar mão de outros meios para a determinação deles.

Projeções e análises de especialistas, dados de ativos que possam ter correlação com eles ou o bom senso do avaliador podem ser necessários.

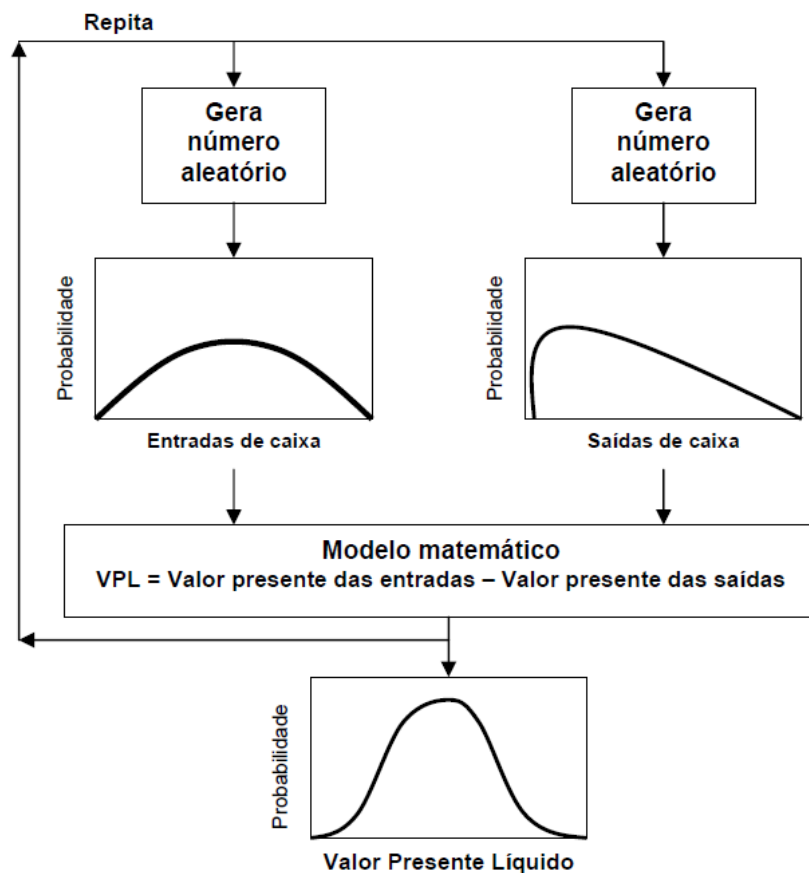
Uma vez que as variáveis aleatórias estejam devidamente às suas distribuições de probabilidade, o próximo passo é analisar a eventual existência de correlações entre as respectivas variáveis. Por exemplo, se na análise de uma fecularia e considerando que entre as variáveis aleatórias estão o preço da raiz e o preço da fécula, é fácil verificar que as duas estão correlacionadas.

Logo, este fato deve ser levado em consideração durante a simulação. Isto porque estas variáveis não oscilarão aleatoriamente entre eles. Portanto, deve-se buscar determinar ou aproximar um coeficiente de correlação entre as referidas variáveis. Na existência de um conjunto de dados, a determinação do coeficiente de correlação é relativamente simples, por meio da adoção de métodos estatísticos. Na inexistência de dados, o bom senso e a capacidade de julgamento do avaliador devem prevalecer, de modo que ele consiga estabelecer numericamente estas correlações.

Vencidas estas etapas, utiliza-se um software para rodar a simulação. Um dos mais conhecidos e que será usado no exemplo deste trabalho é o Crystal Ball, da Oracle. Também há, entre outros, o @Risk e o Arena. Por fim, registra-se que o método também pode ser implementado utilizando os recursos do Microsoft Excel, mas com um certo grau de esforço e nível de programação.

A Figura 20 ilustra a obtenção da distribuição de probabilidade do FCF pelo Método de Monte Carlo.

Figura 20: Fluxograma para geração de distribuição de probabilidade do VPL por simulação Monte Carlo



Fonte: Gitman, 2002.

Como visto, as simulações resultam numa distribuição de probabilidades para a variável aleatória FCF (no caso do fluxograma, representada por valor presente líquido). Também já foi visto que a quantificação do risco é feita com o emprego do desvio padrão. Destarte, a quantificação correta do risco demanda a necessidade de que a referida variável aleatória de saída siga a distribuição normal.

Seria necessário, após realizar as simulações, efetuar um teste para verificar a aderência da distribuição obtida à distribuição normal. No entanto, é razoável supor que os resultados da simulação sigam a distribuição normal, devido a dois conceitos estatísticos, a Lei Forte dos Grandes Números e o Teorema do Limite Central. Segundo Vose (2008), quanto maior for o número de amostras (ou iterações, no caso de uma simulação), mais próxima a distribuição de probabilidades resultantes do experimento terá de sua distribuição teórica (isto é, a distribuição exata da saída do modelo se ela

pudesse ser derivada analiticamente). Ainda segundo Vose (2008), a distribuição amostral das médias ($\bar{X}$) de amostras aleatórias simples retiradas de uma população, que não segue necessariamente a distribuição normal, com média μ e variância σ^2 finita ($-\infty < \sigma^2 < +\infty$), aproxima-se de uma distribuição normal com média μ e variância σ^2/n , a medida que o número de elementos da amostra (n) cresce.

Assim sendo, a medida de risco extraída da simulação é o desvio padrão R em torno do valor médio FCF.

A definição do desvio padrão como medida do risco permite a quantificação dele. No entanto, como proceder, tendo o risco quantificado, com vistas a determinar a taxa de desconto, utilizando as técnicas de simulação aqui apresentadas?

A quantificação numérica do risco para um fluxo de caixa descontado pode ser feita, de acordo com Vose (2008), por dois caminhos:

- Descontar o fluxo de caixa a taxa livre de risco, considerando as distribuições de probabilidade para as variáveis. Isto geraria uma distribuição de valores para o FCF²⁴, no qual a dispersão dos valores seria a medida do risco;
- Descontar o valor esperado de cada fluxo de caixa a uma taxa de desconto previamente ajustada ao risco. Neste caso, teríamos distribuições para os diversos fluxos de caixa. O desconto dos mesmos a taxa de desconto ajustada ao risco traria uma estimativa pontual do FCF.

O primeiro caminho tem a vantagem de não contar o risco em dobro, bem como de apresentar uma distribuição de probabilidades bem estabelecida do FCF. Para a análise de investimentos, este é um caminho bastante interessante. Entretanto, na avaliação de um ativo real, há desvantagens bastante expressivas. A principal delas é a de que, teoricamente, o valor do ativo seria o valor médio da distribuição dos FCFs. Isto equivale dizer que o ativo teria sido avaliado a taxa livre de risco, o que não corresponderia a um efetivo valor que qualquer investidor estaria disposto a desembolsar.

²⁴ VPL – Valor Presente Líquido, no original.

O segundo caminho tem como vantagem a apresentação do FCF dos fluxos de caixa já descontados a taxa ajustada ao risco. Também leva em consideração as distribuições probabilísticas das variáveis-chave. Ocorre que a determinação prévia da taxa de desconto ajustada ao risco acaba sendo feita de forma determinística. Mesmo sendo feita de forma justificada, ela acaba não contemplando as variações probabilísticas das variáveis-chave.

Para calcular a taxa de desconto, inicialmente, os fluxos de caixa são descontados a taxa livre de risco, utilizando a simulação pelo Método Monte Carlo, gerando assim uma distribuição de probabilidades para o FCF.

A seguir, utilizando os conceitos de risco apresentados ao longo deste trabalho, sobretudo a medida da variância (desvio-padrão), para ajustar uma taxa de desconto ao risco a que se quer prevenir. Como se vê, a opção foi adotar o primeiro caminho apresentado na quantificação do risco.

Seria possível calcular a taxa de desconto pelo segundo caminho, mas aí haveria necessidade de se efetuar um processo recursivo, onde as taxas de desconto seriam ajustadas, a cada simulação, pelas probabilidades das variáveis chave.

Conceitualmente, as metodologias são equivalentes. No entanto, como se vê a seguir, na descrição do cálculo da taxa de desconto considerando uma distribuição de FCFs descontados a taxa livre de risco, é mais simples.

Partindo daí, o ponto principal para o cálculo da taxa de desconto é a determinação de quanto do risco se quer proteger. Supondo a distribuição obtida pela simulação, teremos $FCF \pm n.R$, que é o máximo VaR aceitável para o ativo. Os valores a que se soma $n.R$ não interessam, pois significam um retorno superior ao esperado.

A tabela 11 mostra a situação que deve ser considerada para o cálculo da taxa de desconto que reflita o risco. Com efeito, deve-se ter $FCF - FCF_i > 0$. Consequentemente, busca-se uma taxa de desconto que garanta que $\text{prob} \left[FCF - FCF_i > 0 \right]$. Como escrever

FCF_i em função de $n.R$, temos então que $FCF_i = n.R$. A fundamentação teórica para esta abordagem vem de Keynes (1982), onde esta taxa específica é definida como a eficiência marginal do capital, que segundo suas palavras é a taxa de desconto que tornaria o valor presente dos fluxos de anuidades das rendas esperadas deste capital, durante toda a sua existência, exatamente igual ao seu preço de oferta.

Logo, busca-se uma taxa que garanta $\text{prob} | FCF - n.R > 0 |$, ou, em termos algébricos, uma taxa para que $FCF - n.R > 0$. Como o R é o desvio padrão e a distribuição é normal, é simples calcular estas probabilidades. A Tabela 11 apresenta as mesmas:

Tabela 11: Risco e probabilidade

RISCO (DESVIO PADRÃO)	PROBABILIDADE
0,00	50,00%
0,25	59,87%
0,50	69,15%
1,00	84,13%
1,50	93,32%
2,00	97,72%
2,50	99,38%

Fonte: Autor.

Em linhas gerais, para 0 desvios padrão, a probabilidade de que FCF seja maior igual ao valor esperado é de 50%. No caso de 1 desvio padrão, tem-se uma probabilidade de 84,13% e de 2 desvios padrão de 93,32%.

Assim sendo, determina-se a probabilidade de risco que se deseja cobrir (0,5, 1, 1,5, 2 ou mais desvios padrão) ou, em outras palavras, estabelece-se o VaR em termos da média e desvio padrão e calcula-se a taxa de desconto que leve a situação limite $FCF - n.R = 0$.

Se deseja-se ter uma probabilidade de 97,72% de que FCF será maior ou igual ao esperado, calcula-se uma taxa que zere o fluxo $FCF - 2R$.

Na maioria das aplicações é usual trabalhar com a proteção de um desvio padrão, que permite a proteção de 84,13% dos riscos modelados.

4.4 – Cálculo da taxa de desconto pela combinação do CAPM com a Simulação Monte Carlo

A determinação da taxa de desconto combinando o CAPM e a Simulação Monte Carlo segue os passos descritos nas metodologias expostas em 4.2 e 4.3 isoladamente.

Inicialmente, calcula-se uma taxa de desconto denominada taxa de desconto provisória, pelo CAPM.

Em seguida, deve ser formatado o fluxo de caixa, feitas as projeções e determinadas as variáveis chave.

A partir daí, adota-se as funções de distribuição de probabilidade para cada uma das variáveis chave, da mesma forma que em 4.3.

A única mudança é que, no momento da simulação para determinar a função de distribuição de probabilidade do VPL, não deve ser adotada a taxa livre de risco, mas sim a taxa de desconto provisória, calculada pelo CAPM.

Daí em diante, a estimativa da taxa de desconto, que será denominada, por conveniência, de Taxa de Desconto Ajustada ao Risco (TDAR) é feita da mesma forma da metodologia explicitada em 4.3, ou seja, determina-se um nível de risco a ser protegido, expresso numericamente em desvios padrão, de tal modo que $FCF - n.R = 0$.

A taxa de desconto determinada será uma combinação do CAPM com a Simulação Monte Carlo e contemplará os riscos sistemáticos, medidos pelo CAPM e os riscos específicos do ativo, medidos de forma direta no fluxo de caixa pela Simulação Monte Carlo.

5 – APLICAÇÃO DA METODOLOGIA COM BASE EM ESTUDO DE CASO

5.1 – Introdução

Para aplicação da metodologia será considerando um empreendimento de base imobiliária como ativo real a ser analisado. Trata-se de um shopping center de alto padrão.

O empreendimento é real, no entanto, devido a questões de confidencialidade, os valores foram alterados e o nome do shopping, bem como qualquer característica que possa identificá-lo, será omitida.

Será efetuada a determinação da taxa de desconto pelas metodologias individualizadas, primeiro pelo CAPM e em sequência pela Simulação Monte Carlo. Em sequência, será adotada a metodologia conjunta proposta no capítulo 4 desta dissertação. O valor obtido será comparado com valores de *cap rates* de transações recentes de shopping centers.

5.2 – Caracterização do ativo

O ativo a ser analisado trata-se de shopping center inserido em uma grande cidade brasileira, com tempo de operação aproximado de 15 anos. As características gerais do empreendimento estão apresentadas na Tabela 12.

Tabela 12: Características do empreendimento

Características do empreendimento	
Tipologia	Shopping center
Área do Terreno	40.000 m ²
Área construída	110.000 m ²
ABL	60.000 m ²
Número de pavimentos	5

Fonte: Autor.

Trata-se de edificação de alto padrão com características construtivas coerentes com a tipologia de shopping center, contando ainda com sistemas de transporte vertical (elevadores e escadas rolantes), sistema de condicionamento de ar central, sistema de combate a incêndio, automação predial, geradores de energia elétrica e sistema de vigilância interna.

A seguir, apresenta-se a Tabela 13 com resumo de receitas e despesas do empreendimento avaliando nos últimos 5 anos.

Tabela 13: Receitas e despesas do ativo

	2016	2017	2018	2019	2020
Receita bruta	221.073.603	228.742.395	224.487.262	222.078.825	219.305.631
Deduções sobre receita	-1.690.789	993.618	3.125.119	1.634.030	-512.729
Receita líquida	222.764.391	227.748.777	221.362.143	220.444.795	219.818.360
Despesas	31.407.094	28.273.359	27.412.916	25.412.652	24.506.851
Lucro líquido	191.357.298	199.475.417	193.949.228	195.032.143	195.311.509
Reinvestimentos	8.479.622	30.616.110	792.459	711.003	-232.632
Fluxo de caixa livre	182.877.676	168.859.308	193.156.769	194.321.140	195.544.141

Fonte: Autor.

As principais fontes de receita do empreendimento são aluguel de lojas, aluguel de espaços e cobrança de estacionamento. Quanto ao aluguel, há uma série de divisões quanto ao tipo de loja, mas os básicos são as denominadas lojas âncoras e satélites. Com relação às despesas, as principais são as despesas administrativas, inclusa aí a taxa de administração e as despesas com vacância, que são aquelas que o proprietário do shopping center tem de arcar quando espaços estão vagos, entre eles despesas condominiais e fundo de promoção e propaganda.

5.3 – Estruturação e projeção do fluxo de caixa

A estruturação do fluxo de caixa seguiu o modelo recomendado por ABNT (2002), adaptado às características de receitas e despesas de um shopping center e está resumido na Tabela 14.

Tabela 14: Estrutura do fluxo de caixa do avaliando

Receita bruta
Aluguel mínimo âncoras
Aluguel mínimo satélites
Aluguel mínimo outros
Aluguel complementar âncoras
Aluguel complementar satélites
CDU
Estacionamento
Outras receitas
Deduções sobre receita
Inadimplência
Descontos concedidos
Receita líquida
Despesas
FPP + despesas compulsórias
Despesas administrativas
Despesas com serviços
Outras despesas
Despesas com vacância
Lucro líquido
Reinvestimentos
Fundo de reposição de ativos
Propaganda e marketing
Fluxo de caixa livre

Fonte: Autor, com base em ABNT (2002).

Para as projeções de fluxo de caixa, foram consideradas os valores base e as taxas de evolução do longo do horizonte projetivo dispostos na Tabela 15.

Tabela 15: Valores base e índices de evolução

Item	Valor base	Variação
Vacância	2,00%	0,00%
Aluguel mínimo âncoras	14.146.674,78	0,00%
Aluguel mínimo satélites	155.045.195,86	2,00%
Aluguel outros	19.080.493,66	2,00%
Aluguel complementar âncoras	0,00	0,00%
Aluguel complementar satélites	3.270.137,11	2,00%
CDU	6.328.754,00	0,00%
Estacionamento	21.434.375,82	2,00%
Outras receitas	0,00	0,00%
Inadimplência	0,25% sobre receita bruta	0,00%

Continua

Conclusão

Item	Valor base	Variação
Descontos concedidos	1.252.191,41	-0,50%
FPP + despesas compulsórias	68.377,65	2,00%
Despesas administrativas	21.352.948,38	2,00%
Despesas com serviços	543.372,08	2,00%
Outras despesas	417.236,16	2,00%
Despesas com vacância	2.124.916,33	1,45%
Fundo de reposição de ativos	4% sobre receita bruta	0,00%

Fonte: Autor.

Cabe trazer os seguintes esclarecimentos sobre os valores base e suas taxas de evolução:

[i] A vacância, aluguéis mínimos e complementares de lojas âncoras, satélites e outros, CDU, inadimplência, descontos concedidos e despesas foram estimadas com base no histórico do empreendimento. As estimativas das variações foram feitas com base no histórico do empreendimento, projeções para o setor e projeções macroeconômicas;

[ii] O fundo de reposição de ativos foi estimado em 4%, com base na necessidade de renovação mínima do empreendimento;

[iii] Não foram considerados os impactos do COVID-19²⁵ nas projeções, pois tais impactos são difíceis de quantificar e não trariam melhorias nas estimativas.

O fluxo de caixa foi projetado de forma explícita por um período de 10 anos e, após este, foi considerado um valor de perpetuidade.

A Tabela 16 apresenta o fluxo de caixa projetado para o ativo.

²⁵ Trata-se da doença COVID-19 (*Coronavirus Disease 2019*), provocada pelo vírus SARS-COV-2, que teve início em Wuhan, China, no final de 2019, e que se espalhou pelo mundo, gerando uma pandemia, que causou inúmeras medidas de isolamento social, fechamento de diversas atividades, tendo impactos severos na economia mundial.

Tabela 16: Fluxo de caixa projetado do empreendimento

	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030
Receita bruta	223.293.380	227.348.990	231.485.713	235.705.171	240.009.017	244.326.782	248.730.902	253.223.105	257.805.151	262.478.839
Aluguel mínimo âncoras	14.184.090	14.184.090	14.184.090	14.184.090	14.184.090	14.184.090	14.184.090	14.184.090	14.184.090	14.184.090
Aluguel mínimo satélites	158.122.200	161.284.644	164.510.337	167.800.544	171.156.554	174.579.686	178.071.279	181.632.705	185.265.359	188.970.666
Aluguel mínimo outros	19.462.104	19.851.346	20.248.373	20.653.340	21.066.407	21.487.735	21.917.490	22.355.839	22.802.956	23.259.015
Aluguel complementar âncoras	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Aluguel complementar satélites	3.333.168	3.399.832	3.467.828	3.537.185	3.607.929	3.607.929	3.607.929	3.607.929	3.607.929	3.607.929
CDU	6.328.754	6.328.754	6.328.754	6.328.754	6.328.754	6.328.754	6.328.754	6.328.754	6.328.754	6.328.754
Estacionamento	21.863.063	22.300.325	22.746.331	23.201.258	23.665.283	24.138.589	24.621.360	25.113.788	25.616.063	26.128.385
Outras receitas	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Deduções sobre receita	1.463.262	1.490.399	1.518.080	1.546.314	1.575.112	1.603.946	1.633.356	1.663.354	1.693.953	1.725.163
Inadimplência	487.754	496.800	506.027	515.438	525.037	534.649	544.452	554.451	564.651	575.054
Descontos concedidos	975.508	993.600	1.012.053	1.030.876	1.050.075	1.069.297	1.088.904	1.108.903	1.129.302	1.150.109
Receita líquida	221.830.118	225.858.591	229.967.634	234.158.857	238.433.905	242.722.836	247.097.546	251.559.751	256.111.199	260.753.676
Despesas	25.658.546	26.167.603	26.686.842	27.216.465	27.756.681	28.306.655	28.867.629	29.439.821	30.023.458	30.618.768
FPP + despesas compulsórias	69.745	71.140	72.563	74.014	75.494	77.004	78.544	80.115	81.718	83.352
Despesas administrativas	21.780.007	22.215.607	22.659.920	23.113.118	23.575.380	24.046.888	24.527.826	25.018.382	25.518.750	26.029.125
Despesas com serviços	554.240	565.324	576.631	588.163	599.927	611.925	624.164	636.647	649.380	662.368
Outras despesas	425.581	434.093	442.774	451.630	460.662	469.876	479.273	488.859	498.636	508.609
Despesas com vacância	2.828.973	2.881.439	2.934.954	2.989.540	3.045.217	3.100.962	3.157.821	3.215.818	3.274.975	3.335.315
Lucro líquido	196.171.572	199.690.988	203.280.792	206.942.392	210.677.224	214.416.181	218.229.918	222.119.929	226.087.741	230.134.909
Reinvestimentos	8.931.735	9.093.960	9.259.429	9.428.207	9.600.361	9.773.071	9.949.236	10.128.924	10.312.206	10.499.154
Fundo de reposição de ativos	8.931.735	9.093.960	9.259.429	9.428.207	9.600.361	9.773.071	9.949.236	10.128.924	10.312.206	10.499.154
Fluxo de caixa livre	187.239.837	190.597.028	194.021.363	197.514.185	201.076.863	204.643.110	208.280.682	211.991.005	215.775.535	219.635.755

Fonte: Autor.

5.4 – Cálculo da taxa de desconto pelo CAPM

Para determinar a taxa de desconto pelo CAPM inicialmente calculou-se o beta setorial de shopping centers no Brasil, conforme apresentado na Tabela 17.

Tabela 17: Beta setorial Shopping centers

Empresa	Beta	Relação dívida patrimônio líquido	Alíquota fiscal	Beta desalavancado
Cyrela Comercial Properties	0,63	1,31	34,00%	0,34
General Shoppings	0,88	1,91	34,00%	0,39
Multiplan	0,76	0,71	34,00%	0,52
Iguatemi Empresa de Shopping Centers	0,85	0,86	34,00%	0,54
Aliansce Sonae	0,92	1,02	34,00%	0,55
BR Malls	1,01	0,73	34,00%	0,68
JHSF	1,71	1,12	34,00%	0,98
Média				0,57

Fonte: Autor, com dados da Reuters (www.reuters.com).

Portanto, o beta médio do setor de shopping centers é de 0,57.

Os demais parâmetros foram obtidos em Banco Central do Brasil (2021) e Fernandez (2020) e estão apresentados na Tabela 18.

Tabela 18: Parâmetros para cálculo do CAPM

Parâmetro	Valor	Fonte
Taxa livre de risco	4,75%	Banco Central do Brasil (2021)
Prêmio pelo risco de mercado	7,90%	Fernandez (2020)
Beta	0,57	Tabela 17
CAPM nominal	9,26%	
Inflação	3,50%	Banco Central do Brasil (2021)
CAPM real	5,57%	

Fonte: Autor, com dados de Banco Central do Brasil (2021) e Fernandez, De Apellánis e Acín (2020).

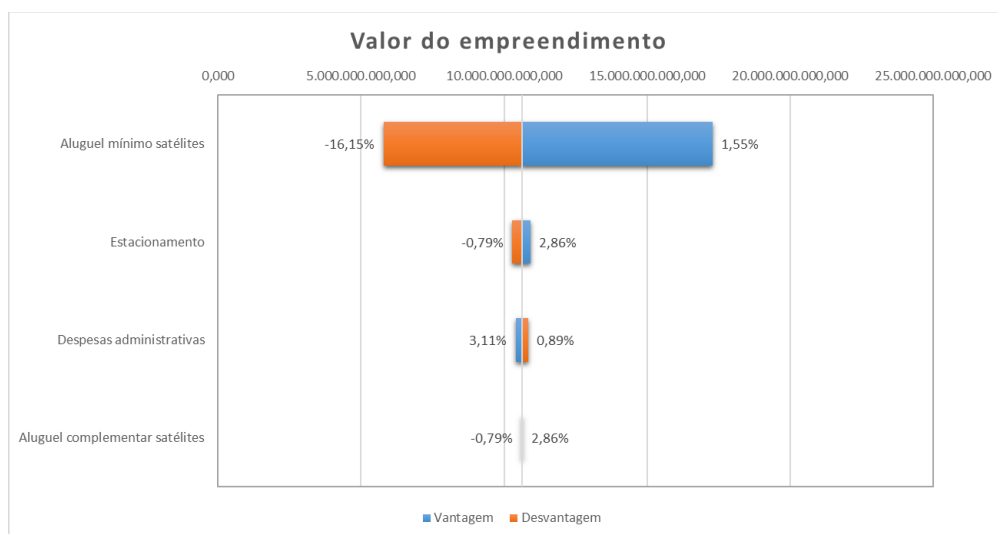
Portanto, a taxa de desconto real determinada pelo CAPM é de 5,57%. Com esta taxa, o valor do shopping center é de R\$ 3.807.339.231.

5.5 – Cálculo da taxa de desconto pela Simulação Monte Carlo

Todas as simulações deste trabalho serão realizadas no software Oracle Crystal Ball. Maiores detalhes podem ser obtidos em Charnes (2007).

A primeira providência é identificar as variáveis chave do modelo. Por meio da análise de sensibilidade realizada no Oracle Crystal Ball, foi identificada a Figura 21 com as variáveis mais importantes.

Figura 21: Análise de sensibilidade do modelo



Fonte: Autor.

Portanto, a variável mais importante é a variação da receita com aluguel mínimo das lojas satélites. As variáveis variação da receita com estacionamento, variação das despesas administrativas e variação do aluguel complementar das lojas satélites tem pouco influência, mas também serão consideradas na modelagem.

Não há dados suficientes para ajustar distribuições de probabilidade para as referidas variáveis. Seguindo o fluxograma da figura 21, arbitrou-se que elas sigam a distribuição triangular, no qual há um valor mais provável e valores máximo e mínimo. Trata-se de uma distribuição adequada para dados discretos, que tendem a ficar em torno de um valor central e que não possuem outliers. Os valores mais provável, máximo e mínimo foram obtidos pela análise das séries históricas do empreendimento, bem como perspectivas de evolução do setor e da economia. A Tabela 19 apresenta os valores.

Tabela 19: Variáveis, distribuições e valores

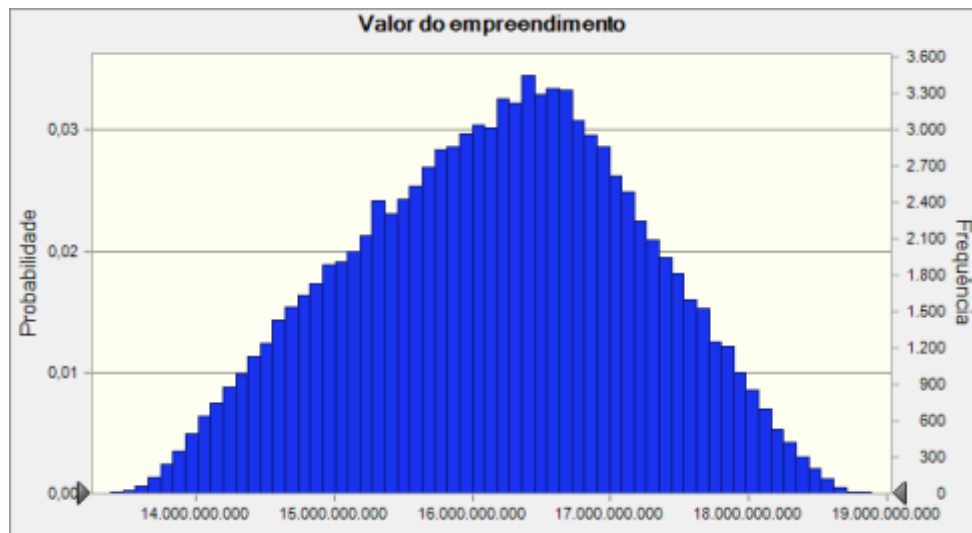
Variável	Distribuição	Valor mais provável	Valor máximo	Valor mínimo
Variação receita com aluguel mínimo de lojas satélites	triangular	2,00%	4,00%	-2,50%
Variação receita com estacionamento	triangular	2,00%	4,00%	-2,50%
Variação receita com aluguel complementar de lojas satélites	triangular	2,00%	4,00%	-2,50%
Variação despesas administrativas	triangular	2,00%	4,00%	-2,50%

Fonte: Autor.

O fluxo de caixa é descontado a uma taxa livre de risco, real, de 1,21%, representada pela SELIC descontada da inflação.

Com estes dados, foram rodadas 100.000 simulações no Oracle Crystal Ball, resultando na distribuição de probabilidade, apresentada na Figura 22.

Figura 22: Distribuição de probabilidade para o valor do empreendimento descontado a taxa livre de risco



Fonte: Autor.

A distribuição de probabilidade gerada pela simulação apresentou as estatísticas que constam da Tabela 20.

Tabela 20: Estatísticas da distribuição de probabilidade

Estatística	Valores de previsão
Avaliações	100.000
Caso Base	16.615.059.574
Média	16.173.884.787
Mediana	16.226.993.766
Moda	---
Desvio Padrão	1.029.937.745
Variância	1.060.771.757.690.880.000
Obliquidade	-0,1115
Curtose	2,38
Coefficiente de Variação	0,0637
Mínimo	13.385.341.697
Estatística	Valores de previsão
Máximo	18.882.901.425
Largura do Intervalo	5.497.559.728
Erro Padrão Média	3.256.949

Fonte: Autor.

O valor médio da distribuição é de 16.615.059.574,00 e o desvio padrão é de 1.029.937.766,00. A proteção a 1 desvio padrão implica que o valor máximo seria de 15.143.947.043,00 e uma taxa de desconto, ajustada ao risco, de 3,08%.

A taxa determinada pela Simulação de Monte Carlo é significativamente inferior a taxa determinada pelo CAPM. Isto decorre de os fluxos de caixa de um shopping center são muito estáveis, o que gera pouca variação, mesmo com uma grande quantidade de simulações.

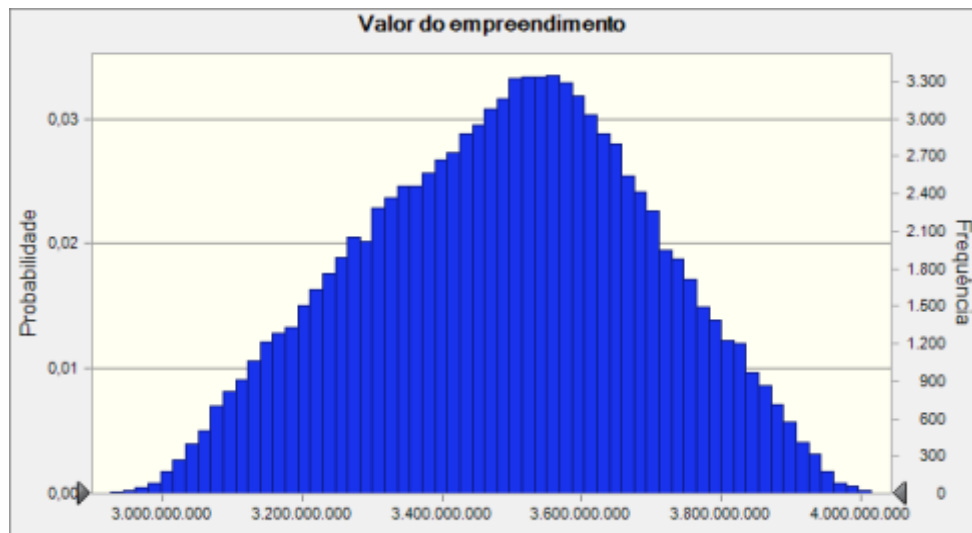
Para um shopping center de alto padrão, já estabilizado, os riscos sistemáticos costumam ser muito mais representativos do que os riscos específicos, pois o empreendimento é mais afetado quanto ocorrem grandes choques econômicos.

5.6 – Cálculo da taxa de desconto pela combinação do CAPM com Simulação DE Monte Carlo

Na combinação das metodologias, serão seguidos todos os passos já apresentados. A única diferença será de que o fluxo de caixa projetada da Tabela 16 será descontado, no momento da simulação, a taxa de desconto CAPM e não mais a taxa livre de risco.

Novamente, foram realizadas 100.000 simulações no software Oracle Crystal Ball, com a distribuição de probabilidade apresentada na Figura 23.

Figura 23: Distribuição de probabilidade para o valor do empreendimento descontado a taxa CAPM



Fonte: Autor.

A distribuição de probabilidade oriunda das simulações, agora com o fluxo de caixa descontado a taxa do CAPM, ou seja, 5,57%, gerou as estatísticas que estão apresentadas na Tabela 21.

Tabela 21: Estatísticas da distribuição de probabilidade

Estatística	Valores de previsão
Avaliações	100.000
Caso Base	3.579.126.625
Média	3.490.693.081

Continua

Conclusão

Estatística	Valores de previsão
Mediana	3.500.850.932
Moda	---
Desvio Padrão	204.914.170
Variância	41.989.817.130.631.700
Obliquidade	-0,1023
Curtose	2,39
Coeficiente de Variação	0,0587
Estatística	Valores de previsão
Mínimo	2.926.012.450
Máximo	4.014.043.887
Largura do Intervalo	1.088.031.437
Erro Padrão Média	647.996

Fonte: Autor.

Neste caso, para a proteção de 1 desvio padrão, a taxa de desconto, ajustada ao risco, será de 7,53%.

5.7 – Taxas de desconto obtidas

A Tabela 22 ilustra as diferentes taxas de desconto obtidas, conforme a metodologia empregada.

Tabela 22: Taxas de desconto calculadas

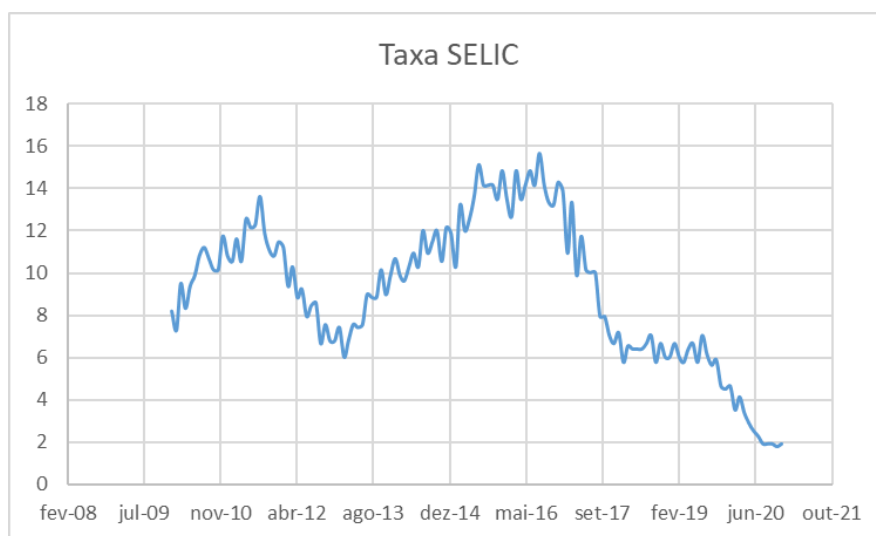
Metodologia	Taxa
CAPM	5,57%
Simulação de Monte Carlo	3,08%
Combinação CAPM + Simulação de Monte Carlo	7,53%

Fonte: Autor.

A metodologia CAPM gerou uma taxa de desconto de 5,57%. A Simulação de Monte Carlo resultou uma taxa de 3,08%. A combinação das metodologias resultou em uma taxa de 7,53%.

Em primeiro lugar, importante perceber que as taxas estão baixas, pois a taxa livre de risco teve uma queda significativa. Com efeito, a taxa referencial SELIC está em 2% a.a., mas já atingiu patamares bastante superiores, como pode ser visto na Figura 24.

Figura 24: Evolução da Taxa SELIC



Fonte: Autor, com base em dados do Banco Central do Brasil.

A série histórica está no patamar mais baixo dos últimos de anos. Com efeito, se for analisada a série completa da SELIC, será verificado que nunca houve uma taxa no patamar atual, de 2% a.a. Estes valores tendem a reduzir as rentabilidades exigidas dos ativos.

5.8 – Cap rates em negócios de shopping centers

A seguir, apresenta-se a Tabela 23, com negociações de diversos shopping centers e os *cap rates* estimados do negócio.

Tabela 23: Negociações de shopping centers

Shopping	Cap rate	Data	Fonte
Shopping JK Iguatemi	8,00%	fev-14	Cushman & Wakefield, 2014
Via Parque	8,80%	jul-15	ALIANSCS..., 2015
Shopping Pátio Higienópolis	6,60%	set-15	Iguatemi Empresa de Shopping Centers, 2015
International Shopping Guarulhos	8,60%	out-15	Cushman & Wakefield, 2016
West Shopping	10,00%	out-15	Cushman & Wakefield, 2016
Center Shopping	10,00%	out-15	Cushman & Wakefield, 2016
Shopping Eldorado	6,30%	nov-15	Cushman & Wakefield, 2016
Tok & Stok Barra da Tijuca	8,54%	jan-16	Cushman & Wakefield, 2016b
Poli Shopping Osasco	7,20%	jun-16	Cushman & Wakefield, 2016b
Morumbi Shopping	8,40%	ago-16	Cushman & Wakefield, 2016b
Barra Shopping	8,00%	ago-16	Cushman & Wakefield, 2016b
Shopping Metrô Tucuruvi	8,46%	dez-16	JHSF..., 2016
Park Shopping Barigui	7,90%	jan-17	Carrança, 2017
Itaú Power Shopping	10,40%	mar-17	BRMALLS..., 2017
Natal Shopping	8,70%	out-17	Kail, 2017
International Shopping Guarulhos	6,00%	dez-17	Samor, 2017
Shopping Granja Viana	9,40%	dez-17	BRMALLS..., 2017b
Caxias Shopping	9,80%	dez-17	ALIANSCS..., 2017
Minas Shopping	9,80%	dez-17	Selmi, 2017
Shopping Pátio Higienópolis	7,90%	fev-18	Iguatemi Empresa de Shopping Centers, 2018
Shopping Cidade de São Paulo	7,50%	mai-18	Selmi e Mattos, 2018
Parque Shopping Belém	7,50%	mai-18	Selmi e Mattos, 2018
Shopping Iguatemi Fortaleza	9,20%	set-18	Leal, 2018
Santana Parque Shopping	7,90%	dez-18	XP Malls Fundo de Investimento Imobiliário, 2019
Shopping Leblon	6,70%	abr-19	AQUISIÇÃO..., 2019
Suzano Shopping	8,00%	jun-19	Sperandio, 2019
Shopping Tacaruna	7,60%	jul-19	Vinci Shopping Centers FII, 2019
Shopping Iguatemi	6,24%	ago-19	Fundo de Investimento Imobiliário Rio Bravo Renda Varejo, 2019
Shopping Taboão	7,90%	ago-19	ALIANSCS..., 2019
Shopping Iguatemi Florianópolis	8,15%	out-19	Pezzin, 2019
Prudenshopping	9,60%	out-19	Mative, 2019
Shopping West Plaza	8,00%	out-19	Sperandio, 2019
Shopping ABC	8,30%	jan-20	Sperandio, 2020
Praia de Belas Shopping Center	6,30%	jan-20	Petry, 2020
Shopping Center Esplanada	6,60%	jan-20	Petry, 2020

Fonte: Autor.

Em princípio, cabe esclarecer que o *cap rate* é uma métrica que mede o índice de rentabilidade de um ativo, mas sob a ótica de seu lucro líquido e não do caixa. Portanto, as variações de caixa não são contempladas neste indicador, sobretudo investimentos na renovação dos ativos. Portanto, se a análise fosse feita sobre a ótica do caixa, estes valores seriam um pouco menores.

Não obstante, trata-se de uma boa proxy para analisar a taxa de desconto utilizada, que nada mais é do que a rentabilidade esperada por investidor para deslocar seu capital para aquele ativo.

Os *cap rates* variam entre 6% e 10,4% e apresentam uma média de 8,12%. Também é perceptível uma pequena queda nos valores com o passar do tempo, sobretudo nos últimos negócios, reflexo da queda da Taxa SELIC já mencionada em 5.7.

O CAPM resultou em uma taxa de 5,57%, inferior ao menor valor da amostra, de 6%, e significativamente inferior à média de 8,10%. Isto indica que o valor resultado do CAPM é baixo e, provavelmente, resultaria em uma superavaliação do ativo. Não obstante, este resultado não é surpreendente, pois o CAPM leva em consideração apenas os riscos sistemáticos e, muito provavelmente, os investidores envolvidos nos negócios acima também se preocupam com os riscos específicos dos ativos.

Um outro problema do CAPM é de que, se ele fosse usado para avaliar qualquer shopping center da amostra acima, a taxa de desconto seria a mesma, ao passo que existe um grande intervalo nas rentabilidades observadas. Naturalmente, esta é outra decorrência do CAPM incorporar apenas os riscos sistemáticos.

Na simulação Monte Carlo, a taxa calculada foi de 3,08%, quase metade do *cap rate* mais baixo. Naturalmente, este método considerou especificidades do ativo avaliando, o qual não apresenta grandes variações nas suas receitas e despesas, pois trata-se de um shopping center de alto padrão, maturado, localizado em grande cidade brasileira.

Por outro lado, é possível perceber negociações de shoppings com estas mesmas características, tais como Shopping Iguatemi Faria Lima, Shopping Iguatemi JK, Morumbi Shopping, Shopping Barra, Shopping Eldorado, com *cap rates* superiores.

Portanto, a simulação Monte Carlo não gerou uma taxa de desconto conveniente para a avaliação, visto que seu valor está muito abaixo dos valores observados no mercado.

A combinação do CAPM com a simulação Monte Carlo, produziu uma taxa de desconto de 7,53%, dentro da faixa de variação dos *cap rates* negociados e próximo a média observada, de 8,10%. Portanto, o modelo parece ser conveniente quando comparado a dados de mercado.

Ademais, se for efetuado um saneamento da amostra, deixando apenas shoppings de alto padrão, conforme Tabela 24, a média dos *cap rates* observados vai para 7,33%, praticamente coincidente com o resultado da metodologia proposta.

Tabela 24: Negócios de shoppings centers de alto padrão

Shopping	Cap rate	Data
Shopping JK Iguatemi	8,00%	fev-14
Shopping Pátio Higienópolis	6,60%	set-15
Shopping Eldorado	6,30%	nov-15
Morumbi Shopping	8,40%	ago-16
Barra Shopping	8,00%	ago-16
Shopping Cidade de São Paulo	7,50%	mai-18
Shopping Iguatemi Fortaleza	9,20%	set-18
Shopping Leblon	6,70%	abr-19
Shopping Iguatemi	6,24%	ago-19
Shopping Iguatemi Florianópolis	8,15%	out-19
Praia de Belas Shopping Center	6,30%	jan-20
Shopping Center Esplanada	6,60%	jan-20

Fonte: Autor.

Portanto, a modelo proposto desempenhou um bom papel na estimativa da taxa de desconto para avaliação de shopping center, uma vez que produziu resultados coerentes com aqueles observados em transações de mercado.

6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 – Conclusões

A presente dissertação teve como objetivo desenvolver uma combinação de metodologias já consagradas na análise de risco em avaliações por fluxo de caixa descontado – CAPM e Simulação Monte Carlo – as quais mensuram o mesmo por meio da taxa de desconto adotada.

Discutiu-se detalhadamente cada uma das metodologias de forma individual, apontando suas vantagens e limitações para a sua aplicação em casos de ativos reais, objeto do presente trabalho. Também foi conferida especial atenção aos tipos de risco que podem ser medidos por cada uma das metodologias: riscos sistemáticos e não elimináveis por diversificação, no CAPM; e riscos específicos ou não sistemáticos, passíveis, em tese, de serem eliminados por diversificação, na Simulação Monte Carlo.

A hipótese central da dissertação é de que a combinação das metodologias permitiria uma análise de risco mais detalhada, por abranger ambos os riscos – sistemáticos e específicos – incorporados a taxa de desconto, no caso da avaliação de um ativo real específico.

Foram calculadas taxas de desconto individuais. O CAPM resultou em uma taxa de desconto de 5,57%, e a Simulação de Monte Carlo, em 3,08%, ambas em termos reais, ou seja, sem incluir o efeito inflacionário.

Os resultados individuais indicam taxas de desconto baixas. Como termo de comparação, a taxa de rentabilidade do NTN-B do tipo Tesouro IPCA 2030 tem rentabilidade de 3,28% acima do IPCA. Portanto, a taxa de desconto resultante do CAPM tem embutido um prêmio de risco pouco inferior a 2,5%. Já no caso da Simulação de Monte Carlo a taxa de desconto resultou inferior a rentabilidade do ativo teoricamente livre de risco, o que não é razoável e poderia gerar uma mensuração inadequada do risco e consequente superavaliação do empreendimento em análise.

A comparação com a rentabilidade observada na negociação de uma série de shopping centers, medida pelo *cap rate* do negócio, conforme apresentado na Tabela 23 evidencia que as taxas de desconto calculadas individualmente por cada modelo são baixas quando comparada às taxas praticadas no mercado. Conforme referida tabela, os *cap rates* observados variam entre 6% e 10,40%, com média de 8,10%.

A taxa de desconto calculada pela combinação do CAPM e da Simulação de Monte Carlo foi de 7,53%, mais aderente a amostra observada, pois encontra-se dentro do intervalo de valores observados [6,00%;10,40%] e próxima a média. Além disso, se a amostra for restringida apenas aos shopping centers de padrão mais elevado, conforme a Tabela 24, percebe-se que o valor médio, de 7,33%, é muito próximo de referida taxa calculada pela metodologia proposta.

A combinação das metodologias CAPM e Simulação de Monte Carlo apresentou um resultado superior às metodologias utilizadas de forma separada, e resultou em valor aderente às taxas praticadas em negociações para o referido tipo de empreendimento, considerando a amostra de dados disponível.

É possível concluir que a combinação do CAPM e da Simulação de Monte Carlo, no caso do exemplo discutido nesta dissertação, permitiu uma mensuração adequado do risco do empreendimento na sua valoração, pois produziu uma taxa de desconto que reflete, de forma correta, a exigência de rentabilidade do mercado na aquisição de um ativo real deste segmento.

Também se conclui que a combinação de metodologias que analisam os riscos sistemáticos e específicos de um ativo real produzem resultados coerentes com o observado no mercado e mostram que, pelo menos neste exemplo específico, a teoria é aderente a prática do segmento.

A mensuração tanto do CAPM quanto da Simulação Monte Carlo é bastante sensível às entradas. No CAPM, por exemplo, o beta pode apresentar resultados diferentes, dependendo do índice de mercado, do período e da periodicidade analisados, conforme as Tabelas 1, 2 e 3. A seleção das empresas utilizadas para o cálculo do beta

Setorial, a taxa livre de risco e o prêmio pelo risco de mercado a serem utilizados também tem influência bastante significativa no resultado. Já na Simulação de Monte Carlo, a seleção das variáveis chave, a atribuição de distribuições de probabilidade, a definição dos intervalos de valor possíveis ou parâmetros de distribuição (média e desvio padrão, por exemplo) e eventuais correlações entre variáveis também tem impacto significativo.

Em vista do exposto, apesar da combinação do CAPM e da Simulação Monte Carlo na definição da taxa de desconto ter apresentado resultados aderentes ao mercado, o seu uso deve ser revestido de cuidados, especialmente nas análises para construção da modelagem e definição dos parâmetros chave. Equívocos nestes passos podem gerar resultados incoerentes e dissociados do observado no mercado.

6.2 – Utilidade do estudo

A análise de risco e definição da taxa de desconto em empreendimentos é atividade complexa e, muitas vezes, efetuada de forma subjetiva. Mesmo com a existência de modelos que permitam o cálculo objetivo da taxa, sua aplicação muitas vezes é limitada e complexa.

Esta dissertação traz algumas contribuições para a análise de risco e determinação da taxa de desconto em avaliações de ativos reais, dentre as quais destacam-se as três a seguir:

- [i] Detalhamento do uso do modelo CAPM na avaliação de ativos reais sem negociação frequente em mercados líquidos, por meio da utilização do beta setorial e com parâmetros adequados ao mercado brasileiro;
- [ii] O emprego da Simulação Monte Carlo para efetuar a análise de risco e o cálculo da taxa de desconto na avaliação de ativos reais por meio do método do fluxo de caixa descontado, permitindo a análise dos riscos específicos dele;
- [iii] A proposta de combinação das metodologias, de modo a analisar tanto os riscos sistemáticos quanto os específicos do ativo avaliando, o que introduz um novo

ferramental analítico que pode ser empregado na avaliação pelo fluxo de caixa descontado.

6.3 – Sugestão para novas pesquisas

Esta dissertação partiu do uso de duas ferramentas já consagradas na análise de risco e cálculo da taxa de desconto em avaliações pelo fluxo de caixa descontado – CAPM e Simulação Monte Carlo – e propôs a combinação delas com a hipótese de que tal combinação produziria resultados superiores às aquelas se utilizadas de forma individual. No caso específico do exemplo ilustrado neste estudo, a hipótese foi confirmada.

Uma possível sugestão para novas pesquisas seria o emprego da metodologia em outras tipologias de empreendimentos que possuam históricos de transações e *cap rates* divulgados publicamente, como por exemplo, prédios de escritório e galpões logísticos, de modo a verificar se tal metodologia produz resultados aderentes ao mercado nestes tipos de empreendimentos.

Outra sugestão é a de adotar outros tipos de análise de risco específico do ativo, como análise de cenários ou o método das variações paramétricas, em combinação com o CAPM, para verificar os resultados produzidos, sempre buscando dados de mercado.

Por fim, poderiam ser adotadas outras ferramentas para analisar o risco sistemático do ativo, tais como o Modelo de 3 Fatores de Fama e French, o APT ou variações do modelo CAPM (CAPM condicional, *quase* CAPM) em combinação com a Simulação Monte Carlo.

7 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALEXANDER, G.J. e CHERVANY, N.L. *On the Estimation and Stability of Beta*. **The Journal of Finance and Quantitative Analysis**. Vol. 15, No. 1, (Março, 1980), pp. 123-137;

ALLAIS, Maurice. *Le Comportement de l'Homme Rationnel Devant le Risque: Critique des Postulats et Axiomes de l'École Américaine*. **Econometrica**. Vol. 21, No. 4, (Outubro, 1953), pp. 503-546;

_____. *An Outline of My Contributions to Economic Science*. Nobel Lecture, December 9, 1988;

ALIANSCE Sonae avança com ampliação de participação em shoppings em SP e no RJ. Money Times. São Paulo, 30.ago.2019. Disponível em <<https://www.moneytimes.com.br/aliانسce-sonae-avanca-com-ampliacao-de-participacao-em-shoppings-em-sp-e-no-rj/>> Acesso em 23.jan.2021;

ALIANSCE vende 35% de shopping no Rio de Janeiro. Consumidor Moderno. São Paulo, 14.jul.2015. Disponível em <<https://www.consumidormoderno.com.br/2015/07/14/aliانسce-vende-35-de-shopping-no-rj/>> Acesso em 22.jan.2021;

ALIANSCE vende 24% do Caxias Shopping ao XP Malls por R\$ 35,5 milhões. Fusões & Aquisições. São Paulo, 29.dez.2017. Disponível em <<https://fusoesaquisicoes.blogspot.com/2017/12/aliانسce-vende-24-do-caxias-shopping-ao.html>> Acesso em 22.jan.2021;

APPRAISAL INSTITUTE. **The Appraisal of Real Estate**. 14ª Edição. Chicago: Appraisal Institute, 2013;

AQUISIÇÃO de 4,9% do shopping Leblon. Ultra. São Paulo, 01.maio.2019. Disponível em <<https://www.ultra.adm.br/wp/aquisicao-de-49-do-shopping-leblon/>> Acesso em 22.jan.2021;

ARAÚJO, E.A.T, OLIVEIRA, V.C. e SILVA, W.A.C. *CAPM em Estudos Brasileiros: Uma Análise da Pesquisa*. **Revista de Contabilidade e Organizações**. Vol. 6, No. 15, (2012), pp. 95-122;

ARDENGHI, Juan Sebastian. *An Estimation of the Moon Radius by Counting Craters: a Generalization of Monte-Carlo Calculation of π to Spherical Geometry*. 2019. Disponível em <<https://arxiv.org/pdf/1907.13597.pdf>> Acesso em 25.maio.2020;

ARMSTRONG, M., LANGRENÉ, N., PETTER, R., CHEN, W. e PETTER, C. *Evaluations of Tailings Dam Failure in Mining Operations* in Annual International Real Options Conference, 23^a, 2019, Londres, **Anais**;

ASSAF NETO, A., LIMA, F.G. e ARAÚJO, A.M.P. *Uma Proposta Metodológica para o Cálculo do Custo de Capital no Brasil*. **Revista de Administração da USP**. Vol. 43, No. 1, (jan./fev./mar., 2008), pp. 72-83;

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 10.536. Estatística. Terminologia**. Rio de Janeiro: ABNT, 1988;

_____. **NBR 14653-4/02. Avaliação de Bens. Parte 4: Empreendimentos**. Rio de Janeiro: ABNT, 2002;

_____. **NBR ISO 31010/12. Gestão de riscos — Técnicas para o Processo de Avaliação de Riscos**. Rio de Janeiro: ABNT, 2012;

_____. **NBR ISO 55000/14. Gestão de Ativos – Visão Geral, Princípios e Terminologia**. Rio de Janeiro: ABNT, 2014;

_____. **NBR 14653-1/19. Avaliação de Bens. Parte 1: Procedimentos gerais**. Rio de Janeiro: ABNT, 2019;

AUNGUSKUNSIRI, K., AMARIT, R., WONGPANYA, K. e SAIBUREE, S. *Random Number Generation from a Quantum Tunnelling Diode*. 2020. Disponível em <<https://arxiv.org/abs/2002.02032>> Acesso em 17.maio.2020;

BANCO CENTRAL DO BRASIL. *Relatório FOCUS 15/01/2021*, 2021. Disponível em <<https://www.bcb.gov.br/publicacoes/focus>> Acesso em 18.jan.2021;

BARAÑO, A., DE LA PEÑA, J.I. e MORENO, R. *Valuation of Real-Estate Losses via Monte Carlo Simulation*. **Economic Research**. Vol. 33, No. 1, 2020, pp. 1.867-1.888;

BENETT, Deborah. **Aleatoriedade**. São Paulo: Martins Fontes, 2003;

BENNETT, James e SIAS, Richard W. *Portfolio Diversification*, 2010. Disponível em <https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=728585> Acesso em 20.abril.2020;

BENVENHO, Agnaldo Calvi. *Determinação da Taxa de Desconto e Avaliação de Empreendimento Utilizando Modelos Probabilísticos de Risco* in Congresso Brasileiro de Engenharia de Avaliações e Perícias, 15º, 2009, São Paulo. **Anais**;

_____. *CAPM na Avaliação de Empreendimentos Industriais: Uma Abordagem pelo Beta Total* in Congresso Brasileiro de Engenharia de Avaliações e Perícias, 16º, 2011, Manaus. **Anais**;

_____. **A Estimativa da Taxa de Desconto**. São Paulo: IBAPE, 2014. (Boletim Técnico do Instituto Brasileiro de Avaliações e Perícias de Engenharia, Btec 01/2014. Disponível em <<http://ibape-nacional.com.br/biblioteca/wp-content/uploads/2017/07/BTec-2014-001.pdf>>) Acesso em 06.mai.2020;

_____. **Avaliação de Máquinas, Equipamentos, Instalações e Complexos Industriais**. São Paulo: Editora Leud, 2019;

BERNOULLI, Daniel. *Specimen Theoriae Novae de Mensura Sortis*. **Comentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae**, Tomus V, 1736, pp. 175-192 (Traduzido do latim para o inglês por Louise Sommer, *Exposition of New Theory on the Measurement of Risk*. **Econometrica**, Vol. 22, No. 1 (Jan., 1954), pp. 23-36);

BORDEAUX-RÊGO, R., SILVA, C.E.R.F., GAICHI, D.H.V. e SANTOS JÚNIOR, W.L.S. *Aplicação da Teoria das Opções Reais na Avaliação de Um Projeto de Mineração*. **ENGEVISTA**. Vol. 16, No. 4, (Dezembro, 2014), pp. 298-312;

BROTHERSON, W.T., EADES, K.M., HARRIS, R.S. e HIGGINS, R.C. *Best Practices in Estimating the Cost of Capital: An Update*. **Journal of Applied Finance**, Vol. 23, No. 1, 2013, pp. 15-33;

BR MALLS vende participação no ItaúPower Shopping. Investimentos e Notícias. São Paulo, 9.mar. 2017. Disponível em <<http://www.investimentosenoticias.com.br/noticias/negocios/brmall-s-vende-participacao-no-itaupower-shopping>> Acessado em 22.jan.2021;

BR MALLS vende participação no Shopping Granja Vianna. Investimentos e notícias. São Paulo, 26.dez.2017. Disponível em <<http://www.investimentosenoticias.com.br/noticias/negocios/br-malls-vende-participacao-no-shopping-granja-vianna>> Acesso em 22.jan.2021;

CAIRES, Hélio R. R. de. **Técnicas Especiais em Avaliação in Engenharia de Avaliações**. São Paulo: Editora Pini, 2007;

CAMPBELL, J., LETTAU, M. MALKIEL, B. e XU, Y. *Have Individual Stocks Become More Volatile? An Empirical Exploration of Idiosyncratic Risk*. **The Journal of Finance**. Vol. 56, No. 1, (Fevereiro, 2001), pp. 1-44;

CARRANÇA, Thaís. Multiplan compra fatia do Park Shopping Barigui por R\$ 91 milhões. Valor. São Paulo, 09.jan.2017. Disponível em <<https://valor.globo.com/empresas/noticia/2017/01/09/multiplan-compra-fatia-do-park-shopping-barigui-por-r-91-milhoes.ghtml>> Acesso em 22.jan.2021;

CARRILI, J.P., FERNANDEZ, P., FERNANDEZ, I. e ORTIZ, A. *Which is the Right "Market Beta"?* 2014. Disponível em <https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2509849> Acesso em 08.mai.2020;

CASTRO, Cláudio de Moura. **A Prática da Pesquisa**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006;

CHARNES, John. **Financial Modeling with Crystal Ball and Excel**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2007;

CLASSEN, L.P., SOUZA, J.S., AMORIN, A.L.W. e CORRÊA, R.G.F. *Simulação de Monte Carlo Incorporada ao Fluxo de Caixa Descontado para Determinação de Valuation*. **CONTABILOMETRIA – Brazilian Journal of Quantitative Methods Applied to Accounting**. Vol. 6, No. 1, (Janeiro-Junho, 2019), pp. 39-56;

CONSELHO FEDERAL DE CONTABILIDADE (CFC). **NBC TG Estrutura Conceitual – Estrutura Conceitual para Relatório Financeiro**. Brasília: CFC, 2019;

COPELAND, Tom e ANTIKAROV, Vladimir. **Opções Reais. Um Novo Paradigma para Reinventar a Avaliação de Ativos**. Rio de Janeiro: Editora Campus, 2001;

COPELAND, T.; KOLLER, T. e MURRIN, J. **Avaliação de Empresas. Valuation**. São Paulo: Makron Books, 2002;

CORREIA, Carlos e CRAMER, Phillip. *An Analysis of Cost of Capital, Capital Structure and Capital Budgeting Practices: a Survey of South African Listed Companies*. **Meditari Accountancy Research**. Vol. 16, No. 2, 2008, pp. 31-52;

CORREIA NETO, Jocildo Figueiredo e BRANDÃO, José Wellington. **Valuation Empresarial. Avaliação de Empresas Considerando o Risco**. Rio de Janeiro: Atlas Books, 2018;

CUSHMAN & WAKEFIELD. **Marketbeat Shopping Snapshot**. São Paulo: Cushman & Wakefield; 2014;

CUSHMAN & WAKEFIELD. **Market Positioning Retail Brasil 2015/2016**. São Paulo: Cushman & Wakefield; 2016;

CUSHMAN & WAKEFIELD. **Market Positioning Retail Brasil 1º Semestre de 2016**. São Paulo: Cushman & Wakefield; 2016;

DAMODARAN, Aswath. *Estimating Risk Parameters*. Damodaran On Line. Nova Iorque: New York University, 1999, Working Papers Series. Disponível em <<http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/>> Acesso em 08.mai.2020;

_____. *Valuation Approaches and Methods: A Survey of Theory and Evidence*. Damodaran On Line. Nova Iorque: New York University, 2006, Working Papers Series. Disponível em <<http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/>> Acesso em 04.fev.2020;

_____. *Probabilistic Approaches to Risk*. Damodaran On Line. Nova Iorque: New York University, 2006b, Working Papers Series. Disponível em <<http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/>> Acesso em 05.fev.2020;

_____. **Avaliação de Empresas**. São Paulo: Prentice Hall, 2007;

_____. *What is the Riskless Free Rate. A Search for the Basic Building Block*. Damodaran On Line. New York: New York University, 2008, Working Papers Series. Disponível em <<http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/>> Acesso em 17.jan.2021;

_____. **Gestão Estratégica do Risco**. Porto Alegre: Bookman, 2009;

_____. **Price and Value: What's Your Game?** 2014. Disponível em <<http://www.stern.nyu.edu/~adamodar/pdfiles/country/valueversuspriceShort.pdf>> Acesso em 05.mai.2020;

_____. *Equity Risk Premium (ERP): Determinants, Explications and Implications*. Damodaran On Line. Nova Iorque: New York University, 2020, Working Papers Series. Disponível em <<http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/>> Acesso em 17.jan.2021

DOMIAN, D., LOUTON, D. e RACINE, M. *Diversification in Portfolios of Individual Stocks: 100 Stocks Are Not Enough*, 2006. Disponível em <https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=906686> Acesso em 02.mai.2020;

DURAN, Juan M. *What is a Simulation Model?* Minds & Machines, 2020. Disponível em <<https://doi.org/10.1007/s11023-020-09520-z>> Acesso em 09.mai.2020;

DZYUMA, Ulyana. *Real Options Compared to Traditional Company Valuations: Possibilities and Constraints in their Use*. **Financial Internet Quarterly “e-Finance”**. Vol. 8, No. 2, 2012, pp. 51-68;

FALCINI, Primo. **Avaliação Econômica de Empresas. Teoria e Prática**. São Paulo: Editora Atlas, 1995;

FAMA, Eugene F. *The Behavior of Stock-Market Prices*. **The Journal of Business**. Vol. 38, No. 1, (Janeiro, 1965), pp. 34-105;

_____. *Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work*. **The Journal of Finance**. Vol. 25, No. 2, (Maio, 1970), pp. 383-417;

_____. *Market Efficiency, Long-term Returns and Behavioral Finance*. **Journal of Financial Economics**. Vol. 49, No. 3, (Setembro, 1998), pp. 283-306;

FAMA, E. F. e FRENCH, K. R. *The Cross-Section of Expected Stock Returns*. **The Journal of Finance**. Vol. 47, No. 2, (Junho, 1992), pp. 427-466;

_____. *Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds*. **Journal of Financial Economics**. Vol. 33, No. 1, 1993, pp. 3-56;

FELLET, Bianca Gabriel. *Avaliação de Modelos de Precificação de Ativos no Mercado Acionário Brasileiro*. 2016. 99 fls. Dissertação (Mestrado em Ciências Contábeis). Universidade de Brasília, Brasília;

FERNANDEZ, Pablo. *The Equity Premium in 150 Textbooks*. 2009. Disponível em <<https://ssrn.com/abstract=1473225>> Acesso em 28.mai.2020;

_____. *CAPM. An Absurd Model*. **Business Valuation Review**, Vol. 34, No. 1, (Primavera, 2015), pp. 4-23;

_____. *Is it Ethical to Teach that Beta and CAPM Explain Something?* 2019. Disponível em < https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2980847> Acesso em 07.mai.2020;

FERNANDEZ, P., DE APELLÁNIZ, E. e ACÍN, J. f. *Survey: Market Risk Premium and Risk-Free Rate used for 81 countries in 2020*. Março, 2020. Disponível em <<https://ssrn.com/abstract=3560869>> Acesso em 17.jan.2021;

FLORENCIO, Lutemberg de Araújo. *Engenharia de Avaliações com Base em Modelos GAMLSS*. 2010. 125 fls. Dissertação (Mestrado em Estatística). Universidade Federal de Pernambuco, Recife;

_____. *Estruturação de um Sistema de Rating para Classificação de Risco de Vinculação de Empreendimentos de Base Imobiliária em Garantia de Operações de Crédito de Longo Prazo*. 2018. 214 fls. Tese (Doutorado em Engenharia Civil). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo;

FLORENCIO, Lutemberg de Araújo e ALENCAR, Cláudio Tavares. *Valuation de Empreendimentos de Base Imobiliária para Garantia: Uma Abordagem pelo Valor de Oportunidade de Investimento e Taxa de Desconto Ajustada ao Risco*. **Revista de Finanças Aplicadas**. Vol. 7, No. 1, 2016, pp. 1-30;

FREITAS FILHO, Paulo José de. **Introdução à Modelagem e Simulação de Sistemas**. Florianópolis: Visual Books, 2001;

FRIEDMAN, Milton e SAVAGE, Leonard J. *The Utility Analysis of Choices Involving Risk*. **Journal of Political Economy**, Vol. 56, No. 4 (Agosto, 1948), pp. 279-304;

FUNDO DE INVESTIMENTO IMOBILIÁRIO RIO BRAVO RENDA VAREJO. **Comunicado ao Mercado**. São Paulo, 30.ago.2019. Disponível em <<https://fnet.bmfbovespa.com.br/fnet/publico/exibirDocumento?id=58009>> Acesso em 22.jan.2021

GATTO, Osório Accioly. **Engenharia Econômica in Engenharia de Avaliações**. São Paulo: Editora Pini, 2007;

GLEIBNER, Werner e ERNST, Dietmar. *Company Valuation as a Result of Risk Analysis: Replication Approach as an Alternative to CAPM*. **Business Valuation OIV Journal**. Vol. 1, No. 1, 2019, pp. 3-18;

GILBERT, T., HRDLICKA, C., KALODIMOS, J. e SIEGEL, S. *Daily Data is Bad for Beta: Opacity and Frequency-Dependent Betas*. **Review of Asset Pricing**. Vol. 4, No. 1, 2014, pp. 78-117;

GITMAN, Lawrence. **Princípios da Administração Financeira**. São Paulo: Editora Habra, 2002;

GOETZMAN, Willian N. e KUMAR, Alok. *Equity Portfolio Diversification*. **Review of Finance**. Vol. 12, No. 3, (Março, 2008), pp. 433-463;

GOYAL, Amit e SANTA-CLARA, Pedro. *Idiosyncratic Risk Matters*. **The Journal of Finance**. Vol. 58, No. 3, (Junho, 2003), pp. 975-1.007;

HERTZ, David B. *Risk Analysis in Capital Investment*. **Harvard Business Review**, Vol. 42, No. 01, (jan./fev., 1964), pp. 95-106;

HOCHEIN, N., HOCHEIN, G.A. e MUTTI, C.N. *Simulação de Monte Carlo Considerando Dependência entre Variáveis para Análise da Variabilidade do Método Involutivo* in Congresso Brasileiro de Engenharia de Avaliações e Perícias, 19º, 2017, Foz do Iguaçu. **Anais**;

IGUATEMI EMPRESA DE SHOPPING CENTERS. **Comunicado ao Mercado**. São Paulo, 01.out.2015. Disponível em <<https://ri.iguatemi.com.br/Download.aspx?Arquivo=Js/ZPRSfJ5MSZzeIu0BVyA==>> Acesso em 22.jan.2021

IGUATEMI EMPRESA DE SHOPPING CENTERS. **Comunicado ao Mercado**. São Paulo, 7.fev.2018. Disponível em <<https://ri.iguatemi.com.br/Download.aspx?Arquivo=LKNN1uQY02KlMpDtD5l8RQ=>> Acesso em 22.jan.2021

INTERNATIONAL VALUATION STANDARDS COUNCIL (IVSC). **International Valuation Standards**. Londres: IVSC, 2019;

ISELLA, Marco. *Applying Monte Carlo Simulation in Real Estate Capital Budgeting for Investment Evaluation*. 2019. 123 fls. Dissertação (Mestrado em Arquitetura), Politecnico di Milano, Milão;

JHSF vende Shopping Metro Tucuruvi por R\$ 440 milhões. São Paulo, Consumidor Moderno. 04.out.2016. Disponível em

<<https://www.consumidormoderno.com.br/2016/10/04/jhsf-vende-shopping-metro-tucuruvi-por-r-440-milhoes/>> Acesso em 22.jan.2021;

JORION, Philippe. **Value at Risk. The New Benchmark for Managing Financial Risk**. Nova Iorque: McGraw Hill, 2006;

KAHIL, Gustavo. BR Malls vende 50% do Natal Shopping por R\$ 166,3 milhões. São Paulo, Money Times. 20.dez.2017. Disponível em <<https://www.moneytimes.com.br/br-malls-vende-50-do-natal-shopping-por-r-1663-milhoes/>>. Acesso em 22.jan.2021;

KAHNEMAM, Daniel e TVERSKY, Amos. *Prospect Theory: An Analysis of Decision Under Risk*. **Econometrica**. Vol. 47, No. 2, (Março, 1979), pp. 263-292;

KEYNES, John M. **Teoria Geral do Emprego, do Juro e da Moeda**. São Paulo: Ed. Atlas, 1982;

KNIGHT, Frank Hynemam. **Risk, Uncertainty and Profit**. Nova Iorque: Hart, Schafner and Marx, 1921;

KOLLER, T., GOEDHART, M. e WESSELS, D. **Valuation, Measuring and Managing the Value of Companies**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2005;

KROESE, D., BRERETON, T., TAIMRE, T. e BOTEV, Z.I. *Why is Monte Carlo Method So Important Today*. **Wires Computational Statistics**. Vol. 6, No. 6, (Novembro, 2014), pp. 356-392;

LEAL, Jocélio. Fundo compra 15% do shopping Iguatemi Fortaleza. O Povo. Fortaleza, 29.set.2018. Disponível em <<https://blogs.opovo.com.br/jocelioleal/2018/09/29/fundo-compra-15-do-shopping-iguatemi-fortaleza/>> Acesso em 22.jan.2021;

LEHMER, D.H. *Mathematical Methods in Large-Scale Computing Units*. 2nd Symposium on Large-Scale Digital Calculating Machinery, 1949, pp. 141-146;

LEVY, H., DE GIORGI, E. e HENS, T. *Prospect Theory and CAPM: A Contradiction or Coexistence*. Institute for Empirical Research in Economics, University of Zurich, Working Paper No. 157, Junho, 2003;

MACANHAN, Vanessa Bawden de Pádua. *A Avaliação de Imóveis pelos Métodos Econômico-Financeiros*. 2002. 99 fls. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção). Universidade Federal de Itajubá, Itajubá;

MAJEWSKI, Sebastian e MAJEWSKA, Agnieszka. *Using Monte Carlo Methods for the Valuation of Intangible Assets in Sports Economics*. **Folia Oeconomica Stetinensia**. Vol. 17, No. 2, 2017, pp. 71-82;

MALKIEL, Burton G. e XU, Yexiao. *Idiosyncratic Risk and Security Returns*, 2006. Disponível em < https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=255303> Acesso em 01.mai.2020;

MANDELBROT, Benoit. *The Variation of Certain Speculative Prices*. **The Journal of Business**. Vol. 36, (1963), pp. 394-419;

MARCONI, Marina de Andrade e LAKATOS, Eva Maria. **Metodologia Científica**. São Paulo: Editora Atlas, 2007;

MARKOWITZ, Henry M. *Portfolio Selection*. **The Journal of Finance**. Vol. 7, No. 1, (Março, 1952), pp. 77-91;

_____. **Portfolio Selection. Efficient Diversification of Investments**. New York: John Wiley and Sons, 1959;

MATIVE, Rogério. Prudenshopping é vendido para fundo imobiliário por R\$ 199 milhões. Portal Prudentino. Presidente Prudente, 08.out.2019. Disponível em <[https://www.portalprudentino.com.br/noticia/noticias/presidente-prudente-noticias/prudenshopping-e-vendido-para-fundo-imobiliario-por-r\\$-199-milhoes](https://www.portalprudentino.com.br/noticia/noticias/presidente-prudente-noticias/prudenshopping-e-vendido-para-fundo-imobiliario-por-r$-199-milhoes)> Acesso em 22.jan.2021;

MCLELLAND, Malcom. *CAPM Failure in Private Equity Valuation and the Alternative APT Method*. 2018. Disponível em <https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3136537> Acesso em 07.mai.2020;

METROPOLIS, Nicholas e ULAM, Stanislaw. *The Monte Carlo Method*. **Journal of the American Statistical Association**. Vol. 44, No. 247, (Setembro, 1949), pp. 335-341;

METROPOLIS, Nicholas. *The Beginning of Monte Carlo*. **Los Alamos Science**. Special Issue, 1987, pp. 125-130;

MIRANDA, Roberto Vianna de. **Manual de Decisões Financeiras e Análise de Negócios**. Rio de Janeiro: Editora Record, 1999;

MODIGLIANI, Franco e MILLER, Merton H. *Corporate Income Taxes and the Cost of Capital*. **The American Economic Review**. Vol. 53, No. 3, (Junho, 1963), pp. 433-443;

MOGOLLÓN, Luis Alfredo. *Volatility Estimation of Exploratory Projects in Unconventional Oil & Gas* in Annual International Real Options Conference, 23ª, 2019, Londres, **Anais**;

MUN, Jonathan. **Real Options Analysis. Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions**. Nova Iorque: John Wiley & Sons, 2002;

NEIVA, Raimundo Alelaf. **Valor de Mercado da Empresa**. São Paulo: Editora Atlas, 1992;

NEVES, Cesar das. **Análise de Investimentos. Projetos Industriais e Engenharia Econômica**. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1981;

NIVEDIYA, M.K., MALLICK, R.B, JACOBS, J.M. e DANIEL, J.S. *Economics of Making Roads Resilient to Climate Change: Use of Discounted Cash Flow and Real Options Analysis* in Transportation Research Board Annual Meeting, 97º, 2018, Washington, **Anais**;

OPPONG, S., ASAMOAH, D. e OPPONG, E.O. *Value at Risk: Historical Simulation or Monte Carlo Simulation* in International Conference on Management, Communication and Technology, 2016, Accra, Gana, **Anais**;

ORGANIZATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT (OCDE). **Measurement of Capital Stocks, Consumption of Fixed Capital and Capital Services**. Paris: OCDE, 2001;

PASIECZANA, Aleksandra H. *Monte Carlo Simulation Approach to Calculate Value at Risk: Application to WIG20 and MWIG40*. **Financial Sciences**. Vol. 24, No. 2, 2019, pp. 61-75;

PAULA, Renato Ricardo de. *Método de Monte Carlo e Aplicações*. 2014. 83 fls. Monografia (Graduação em Matemática). Universidade Federal Fluminense, Volta Redonda, RJ;

PETRY, Rodrigo. Iguatemi (IGTA3) finaliza compra de shoppings; IRB (IRBR3) é vendedora. Eu Quero Investir. São Paulo, 21.jan.2020. Disponível em

<<https://www.euqueroinvestir.com/iguatemi-igta3-finaliza-compra-de-shoppings-em-sp-e-rs-irb-irbr3-e-vendedora/>> Acesso em 22.jan.2021

PEZZIN, Bruna. Curtas: Anúncio de venda do Shopping Iguatemi Florianópolis. XP Investimentos. São Paulo, 10.out.2019. Disponível em <<https://conteudos.xpi.com.br/acoes/relatorios/curtas-anuncio-de-venda-do-shopping-iguatemi-florianopolis/>> Acesso em 22.jan.2021;

PIVORIENÉ, Agné. *Real Options and Discounted Cash Flow Analysis to Assess Strategic Investment Projects*. 2017. Disponível em < <https://doi.org/10.1515/eb-2017-0008>> Acesso em 08.mai.2020;

PÓVOA, Alexandre. **Valuation. Como Precificar Ações**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012;

POPPER, Karl. **A Lógica da Pesquisa Científica**. São Paulo: Cultrix, 2007.

PRATT, John W. *Risk Aversion in the Small and in the Large*. **Econometrica**. Vol 32, No. 1/2 (Janeiro – Abril, 1964), pp. 122-136;

PRATT, Shannon P. e GRABOWSKI, Roger J. **Cost of Capital. Applications and Examples**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2008;

PRIYANKA, HUSSAIN, Imran e KHALIQUE, Aqeel. *Randon Number Generators and their Applications: A Review*. **IJRECE**. Vol. 7, No. 2, (Junho, 2019), pp. 1.777-1.781;

ROCHA LIMA JÚNIOR, João. **Arbitragem de Valor de Portfólios Imobiliários**. São Paulo: EPUSP, 1994. (Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP, Departamento de Engenharia da Construção Civil, BT/PCC/132);

_____. **Decidir sobre Investimentos no Setor da Construção Civil**. São Paulo: EPUSP, 1998. (Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP, Departamento de Engenharia da Construção Civil, BT/PCC/200);

ROSSI, Matteo. *The Capital Asset Pricing Model: A Critical Literature Review*. **Global Business and Economics Review**. Vol. 18, No. 5, 2016, pp. 604-617;

ROTTMAN, Eduardo. **A Análise de Investimentos e a Avaliação das Propriedades Imobiliárias in Engenharia de Avaliações**. São Paulo: Editora Pini, 2007;

ROYAL INSTITUTION OF CHARTERED SURVEYORS (RICS). **RICS Valuation. Professional Standard (“The Red Book”)**. Londres: RICS, 2019;

RUBINSTEIN, Reuven R. e KROESE, Dirk. **Simulation and the Monte Carlo Method**. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc, 2008;

SAMIS, Michel e DAVIS, Graham A. *Using Monte Carlo Simulation with DCF and Real Options Risk Price Techniques to Analyze a Mine Financial Proposal*. **International Journal of Financial Engineering and Risk Management**. Vol. 1, No. 3, 2014, pp. 264-281;

SAMOR, Geraldo. General Shopping vende Guarulhos, a jóia da coroa. Brazil Journal. São Paulo, 28.dez.2017. Disponível em <<https://braziljournal.com/general-shopping-vende-guarulhos-a-joi-da-coroa>>. Acesso em 22.jan.2021

SELMÍ, Paula. BR Malls vende participação no Minas Shopping por R\$ 11,2 milhões. Valor. São Paulo, 08.dez.2017. Disponível em <<https://valor.globo.com/empresas/noticia/2017/12/08/br-malls-vende-participacao-no-minas-shopping-por-r-112-milhoes.ghtml>> Acesso em 22.jan.2021;

SELMÍ, Paula e MATTOS, Adriana. JHSF vende ativos a um fundo da XP. Valor. São Paulo, 03.maio.2018. Disponível em <<https://valor.globo.com/empresas/noticia/2018/05/03/jhsf-vende-ativos-a-um-fundo-da-xp.ghtml>>. Acesso em 22.jan.2021;

SERRANO-GOMEZ, Luis e MUNOZ-HERNANDEZ, Jose Ignacio. *Monte Carlo Approach to Fuzzy AHP Risk Analysis in Renewable Energy Construction Projects*. **PLoS One**. Vol. 14, No. 6, 2019. Disponível em <<https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC6563964/>> Acesso em 01.jun.2020;

SHANKEN, J., SLOAN, R. G. e KOTHARI, S. P. *Another Look at the Cross-Section of Expected Returns*. **Journal of Finance**. Vol. 50, No. 1, (Março, 1995), pp. 185-224;

SHAROGLAZOVA, V., ERMAKOV, R., LOSEV, A., ZAVODILENKO, V., KUROCHKIN, V. e KUROCHKIN, Y. *Fast Quantum Randomness Generation form Vacuum Induced Phase Difusion Between Pulses of Laser Diode*. Proceedings of International Conference on Micro- and Nano-Eletronics, 2018, Zvenigorod, Rússia;

SHARPE, William. *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk*. **Journal of Finance**. Vol. 19, No. 3, (Setembro, 1964), pp. 425-442;

_____. *Capital Asset Prices With and Without Negative Holdings*. Nobel Lecture, December 7, 1990;

SIMONSEN, Mário Henrique. **Ensaio Analítico**. Rio de Janeiro: Editora Fundação Getúlio Vargas, 1994;

SPERANDIO, Bruno. HGBS11 - Fundo conclui aquisição de participação no Suzano Shopping. FIIs. São Paulo, 21.nov.2019. Disponível em <<https://fiis.com.br/artigos/hgbs11-fundo-conclui-aquisicao-de-participacao-no-suzano-shopping/>> Acesso em 22.jan.2021;

_____. HGBS11 compra participação de shopping e passa a deter 70% do imóvel. FIIs. São Paulo, 10.dez.2019. Disponível em <<https://fiis.com.br/artigos/hgbs11-compra-participacao-de-shopping-e-passa-a-deter-70-do-imovel/>> Acesso em 22.jan.2021;

_____. VISC11 compra mais um ativo e passa a ter 13 participações em shoppings. FIIs. São Paulo, 5.fev.2020. Disponível em <<https://fiis.com.br/artigos/visc11-nova-aquisicao-sao-paulo/>> Acesso em 22.jan.2021;

SUTRISMO, Efendi e ANAS, Eka Pria. *The Application of Discounted Cash Flow and Real Option Analysis Methods for Coal Mining Projects with Abandonment and Expansion Options: A Case Study of PT X in East Kalimantan, Indonesia* in Proceedings of the 3rd Asia-Pacific Research in Social Sciences and Humanities Universitas Indonesia Conference, 2018, 3ª, Apprish;

TEPLÝ, Petr e KLINGER, Tomáš. *Monte Carlo Simulations: A Case Study of Systemic Risk Modeling* in Proceedings of the Second International Conference on Electrical, Electronics, Computer Engineering and their Applications (EECEA2015), 2015, 2ª, Manila, Filipinas, **Anais**;

TOBIN, James. *Liquid Preference as a Behaviour Towards Risk*. **The Review of Economic Studies**. No. 67, (fevereiro, 1958), pp. 65-86;

TOGASHI, Eisuke. *Risk Analysis of Energy Efficiency Investments in Buildings Using the Monte Carlo Method*. **Journal of Building Performance Simulation**. Vol. 12, No. 4, 2018, pp. 504-522;

TRUONG, G., PARTINGTON, G., PEAT, M. *Cost-of-Capital Estimation and Capital-Budgeting Practice in Australia*. **Australian Journal of Management**. Vol. 33, No. 1, 2008, pp. 95-121;

ULAM, S., VON NEUMANN, J. e RITCHMEYER, R.D. *Statistical Methods in Neutron Diffusion*. LAMS-551, 9 de abril de 1947;

VINCI SHOPPING CENTERS FII. **Comunicado ao Mercado**. São Paulo, 30.jul.2019. Disponível em < <https://api.mziq.com/mzfilemanager/d/4dccebbf-fc1c-4782-93d6-feb72a6129bc/246c78a9-61fc-4ffe-8d0d-946a704d54e7?origin=1>> Acesso em 22.jan.2021;

VON NEUMANN, John e MORGENSTERN, Oskar. **Theory of Games and Economic Behavior**. Princeton: Princeton University Press, 1944;

VOSE, David. **Risk Analysis. A Quantitative Guide**. West Sussex: John Wiley & Sons, 2008;

WU, M., IMRAM, M., FENG, Y. ZHANG, L. e ABBAS, M. *Review and Validity of Capital Asset Pricing Model: Evidence from Pakistan Stock Exchange*. **International Research in Economic and Finance**. Vol. 1, No. 1, (Dezembro, 2018), pp. 21-31;

XP MALLS FUNDO DE INVESTIMENTO IMOBILIÁRIO. **Minuta do Prospecto Definitivo da Oferta Pública da Terceira Emissão de Quotas do FII**. São Paulo, 18.ja.2019. Disponível em <https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwiwrObPkLDuAhU_HbkGHXBjC3EQFjADegQIBhAC&url=http%3A%2F%2Fsistemas.cvm.gov.br%2Fdados%2Fofeanal%2FRJ-2019-00056%2F20190118_Minuta_do_Prospecto.pdf&usg=AOvVaw1t9xI0PUYbcJoAns7kRfPh> Acesso em 22.jan.2021.