

PALESTRA



Particularidades da Regressão Linear

Autor

- Engenheiro Civil
- Engenheiro Mecânico
- Mestre em Inteligência Computacional
- Diretor Técnico – Pelli Sistemas Engenharia

Promoção:



IBAPE NACIONAL
Instituto Brasileiro de Avaliações
e Perícias de Engenharia

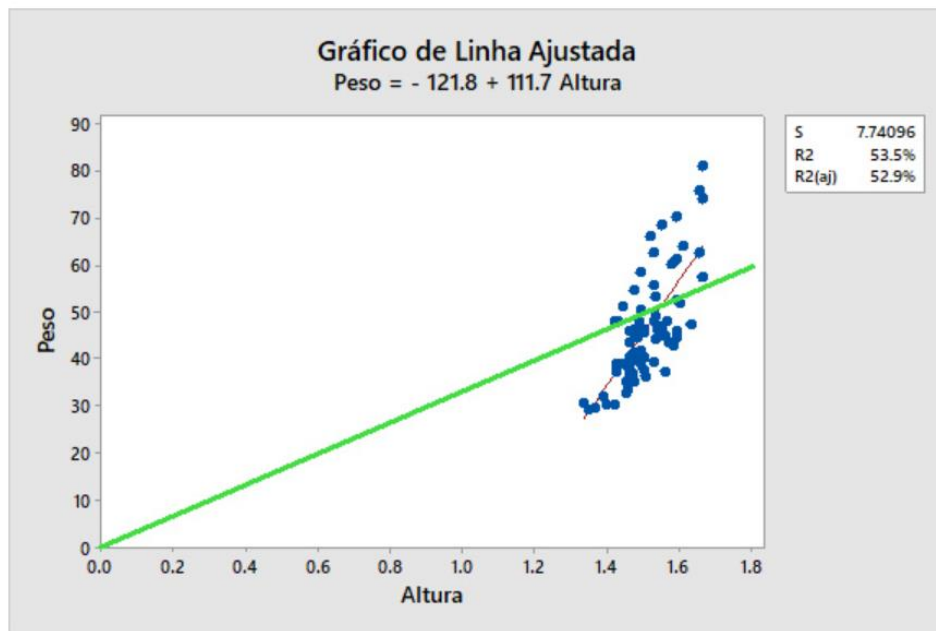
Realização:



IBAPE BAHIA
Instituto Brasileiro de
Avaliações e Perícias de
Engenharia da Bahia

Particularidades da Regressão Linear

- Regressão pela Origem



Preços Hedônicos

(Mercado de bens de consumo – Modelo Estatístico)

$$P = f(L, E, T, w, WP) + \varepsilon$$

- Onde:

oriundo de variações do comportamento humano – habilidades diversas de negociação, desejos, necessidades, compulsões, caprichos, ansiedades, diferenças de poder aquisitivo, entre outros – imperfeições acidentais de observação ou de medida e efeitos de variáveis irrelevantes não incluídas no modelo



Particularidades da Regressão Linear

Regressão Linear Simples

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + e_i$$

5	Nível de significância (somatório do valor das duas caudas) máximo para a rejeição da hipótese nula de cada regressor (teste bicaudal)	10%	20%	30%
---	--	-----	-----	-----



Particularidades da Regressão Linear

Regressão Linear Múltipla

☒	☐ Variáveis	Transf.	Elastici...	t Calculado	Sig.(%)	Coef. RL	Média	Mínimo	Máximo
☒	Área Privativa	1/x	-2,50%	2,41	2,40%	26.300230	61,71	43,32	82,33
☒	Local (Índice Fiscal)	1/x	1,92%	-6,10	0,01%	-4.981845	48,41	10,00	120,00
☒	Quartos	x	-1,76%	-1,24	22,85%	-0.088616	2,09	1,00	3,00
☒	Vagas	x	3,40%	3,75	0,10%	0.167267	0,88	0,00	2,00
☒	Padrão	x	17,88%	2,86	0,86%	0.164466	1,41	1,00	2,00
☒	Idade	ln(x)	-1,53%	-2,54	1,79%	-0.109680	15,88	1,00	25,00
☒	Evento (Oferta=2)	x	10,34%	2,29	3,08%	0.098354	1,38	1,00	2,00
☐	Apartamento/andar								
☒	Valor/m ²	ln(y)		18,38	0,01%	7.449101	2.398,81	1.253,85	3.836,99



Modelo Clássico de Regressão Linear

1) Relação Linear entre X e Y:

O ajuste só é válido para relações lineares.

2) Os valores de X são fixos em repetidas amostras, não aleatórios: Quem varia é o regressando, o regressor é fixo e dado, qualquer que seja a amostra. Fazemos a pressuposição que dado um valor de X, Y irá variar segundo uma distribuição de probabilidade com valor esperado dado por $E(Y|X_i)$.

3) Esperança condicional dos erros igual a zero, ou seja, $E(e|X_i)=0$:

É a mesma coisa afirmar que $E(Y|X_i)=\alpha+\beta X_i$.

4) A variabilidade dos erros é constante, ou seja, $E(e_i^2)=\sigma^2$

Os erros são homocedásticos, ou seja, sua variância é a mesma para qualquer X.

5) Os erros são não autocorrelacionados, ou seja, $E(e_i e_j)=0$:

Não há relação entre valores ordenados dos erros segundo tempo ou espaço.

6) Os erros apresentam distribuição normal:

Não é um pressuposto necessário para que os estimadores de MQO sejam MELNV, mas necessário para que as inferências sejam válidas.



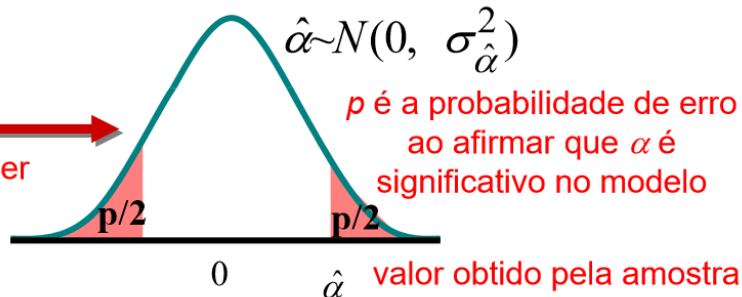
Teste t para os Estimadores

Então, para verificar que os estimadores de MQO são significativos:

Teste de hipótese para α :

$$\begin{cases} H_0: \alpha=0 \\ H_1: \alpha \neq 0 \end{cases}$$

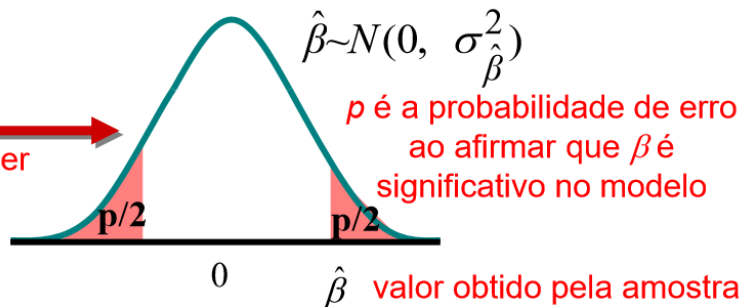
Sob a hipótese de H_0 ser verdadeiro temos...



Teste de hipótese para β_1 :

$$\begin{cases} H_0: \beta=0 \\ H_1: \beta \neq 0 \end{cases}$$

Sob a hipótese de H_0 ser verdadeiro temos...



Alexandre Gori Maia



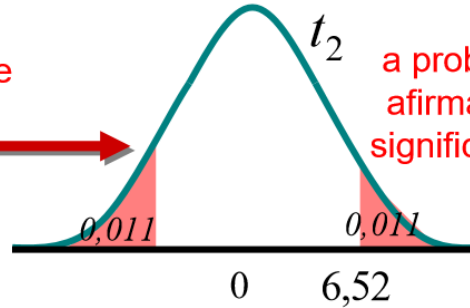
Conhecendo os erros padrões e a fdp dos estimadores, temos que:

Teste de hipótese para β_0 :

$$\begin{cases} H_0: \alpha=0 \\ H_1: \alpha \neq 0 \end{cases}$$

Aplicando a estatística de teste t_{n-2}

$$t = \frac{\hat{\alpha} - 0}{S_{\hat{\alpha}}} = \frac{2,71}{0,42}$$



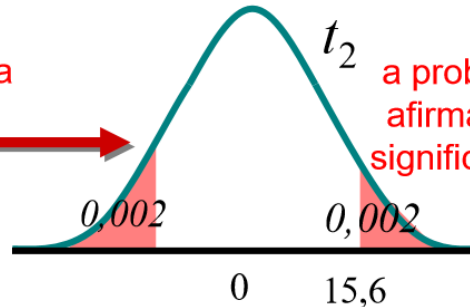
a probabilidade de erro ao afirmar que o intercepto é significativo no modelo é de 0,2%

Teste de hipótese para β_1 :

$$\begin{cases} H_0: \beta=0 \\ H_1: \beta \neq 0 \end{cases}$$

Aplicando a estatística de teste t_{n-2}

$$t = \frac{\hat{\beta} - 0}{S_{\hat{\beta}}} = \frac{1,29}{0,08}$$

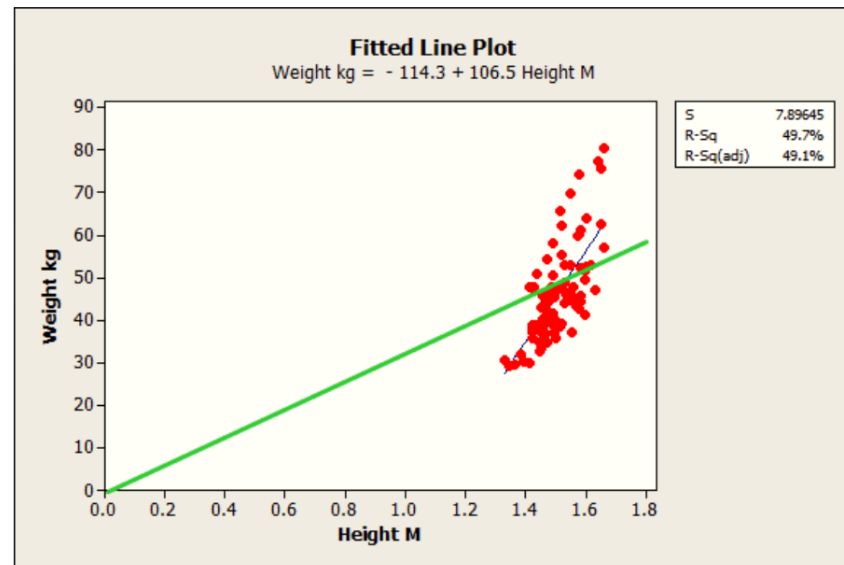
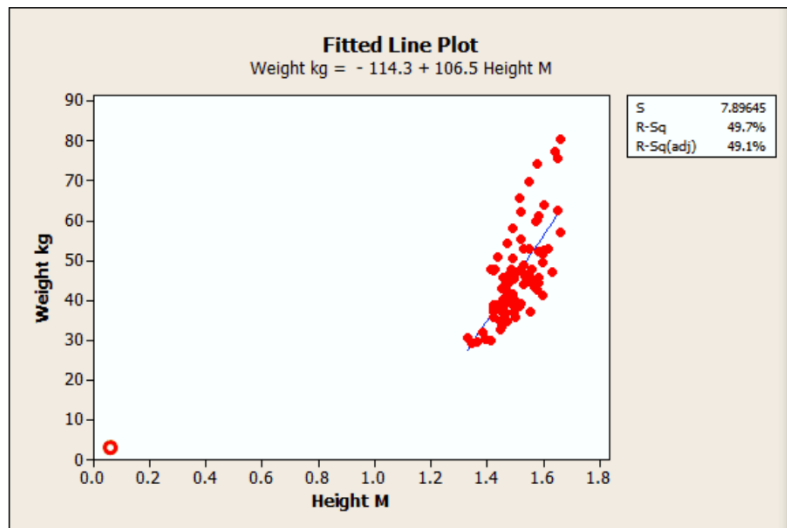


a probabilidade de erro ao afirmar que a variável X é significativa no modelo é de 0,4%



Particularidades da Regressão Linear

- Regressão pela Origem



Testes individuais - coeficientes da regressão

- Testes de hipóteses individuais para os coeficientes da regressão são fundamentais para se determinar se cada variável explicativa é importante para o modelo de regressão.
- O parâmetro α é chamado intercepto ou **coeficiente linear** e representa o ponto em que a **reta** regressora corta o eixo dos y's, quando $x=0$. Já o parâmetro β representa a inclinação da **reta** regressora e é dito **coeficiente de regressão** ou **coeficiente angular**.



Particularidades da Regressão Linear

- Proposta de interpretação

5	Nível de significância (somatório do valor das duas caudas) máximo para a rejeição da hipótese nula de cada coeficiente (teste bicaudal)	10%	20%	30%
---	--	-----	-----	-----

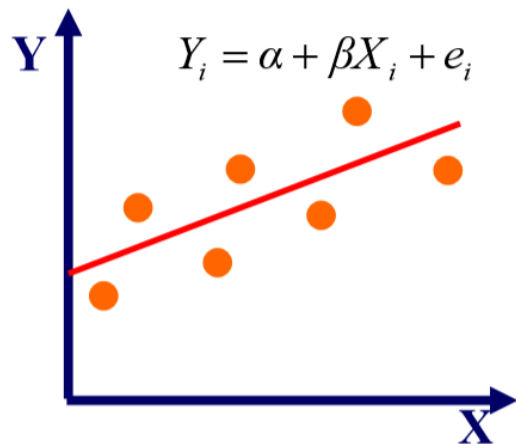


Particularidades da Regressão Linear

- Regressão Linear

☒	Variáveis	Transf.	Elastici...	t Calculado	Sig.(%)	Coef. RL	Média	Mínimo	Máximo
☒	Área Privativa	1/x	-2,50%	2,41	2,40%	26.300230	61,71	43,32	82,33
☒	Local (Índice Fiscal)	1/x	1,92%	-6,10	0,01%	-4.981845	48,41	10,00	120,00
☒	Quartos	x	-1,76%	-1,24	22,85%	-0.088616	2,09	1,00	3,00
☒	Vagas	x	3,40%	3,75	0,10%	0.167267	0,88	0,00	2,00
☒	Padrão	x	17,88%	2,86	0,86%	0.164466	1,41	1,00	2,00
☒	Idade	ln(x)	-1,53%	-2,54	1,79%	-0.109680	15,88	1,00	25,00
☒	Evento (Oferta=2)	x	10,34%	2,29	3,08%	0.098354	1,38	1,00	2,00
☐	Apartamento/andar								
☒	Valor/m ²	ln(y)		18,38	0,01%	7.449101	2.398,81	1.253,85	3.836,99

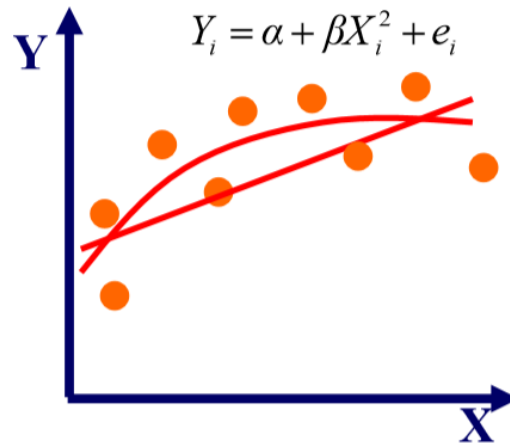
Linearidade nos parâmetros e nas variáveis



Modelo é **linear nas variáveis** pois todos os expoentes de Y e X são iguais a 1.

Modelo é **linear nos parâmetros** pois todos os expoentes dos parâmetros são iguais a 1.

Linearidade nos parâmetros



Modelo **não é linear nas variáveis** pois o expoente de X não é igual a 1.

Modelo é **linear nos parâmetros** pois todos os expoentes dos parâmetros são iguais a 1.

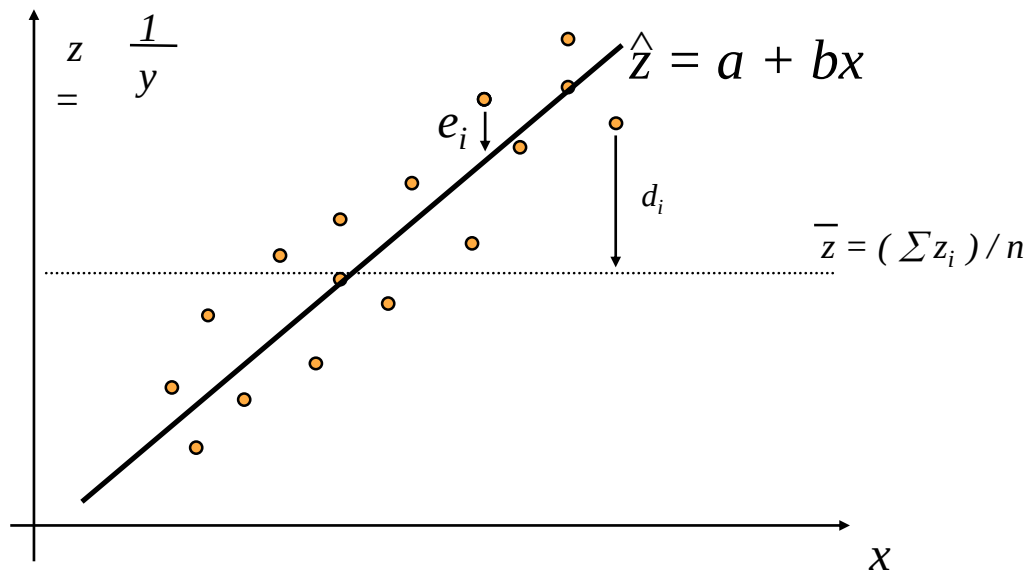
Exemplos de Transformações (x,1/x,ln x)

Transf.			Regressão	Estimativa
1	x	y	$y = a + b x$	$y = a + b x$
2	x	$z=1/y$	$z = a + b x$	$y = 1/(a + b x)$
3	x	$z=\ln y$	$z = a + b x$	$y = \exp(a + b x)$
4	$z=1/x$	y	$y = a + b z$	$y = a + b / x$
5	$z_1=1/x$	$z_2=1/y$	$z_2 = a + b z_1$	$y = 1/(a + b / x)$
6	$z_1=1/x$	$z_2=\ln y$	$z_2 = a + b z_1$	$y = \exp(a + b / x)$
7	$z=\ln x$	y	$y = a + b z$	$y = a + b \ln x$
8	$z_1=\ln x$	$z_2=1/y$	$z_2 = a + b z_1$	$y = 1/(a + b \ln x)$
9	$z_1=\ln x$	$z_2=\ln y$	$z_2 = a + b z_1$	$y = \exp(a + b \ln x)$



Transformações variáveis

- Regressão



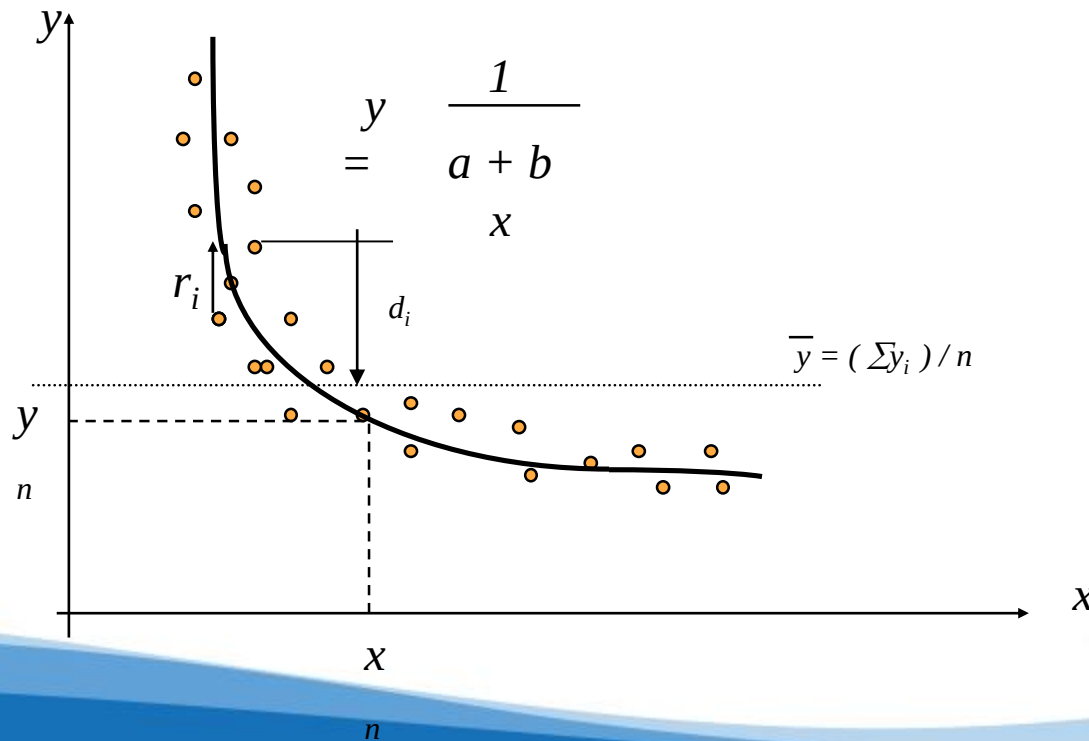
$$z = \frac{1}{y} \rightarrow y = \frac{1}{A+Bx}$$

$$C_d = \frac{\sum d_i^2 - \sum e_i^2}{\sum d_i^2}$$



Transformações variáveis

- Função estimativa



Particularidades da Regressão Linear

- Solução:
 - Regressão Não Linear (RNA, AG, Newton, Q-Newton), ou
 - Aplicar transformações matemáticas nas variáveis, linearizando esta situação, encontrando a forma linear e utilizando o modelo de regressão não linear.

