



IBAPE NACIONAL
Instituto Brasileiro de Avaliações
e Perícias de Engenharia



IBAPE BAHIA
Instituto Brasileiro de
Avaliações e Perícias de
Engenharia da Bahia

Método de Avaliação de Imóveis Utilizando o Conceito Físico de Centro de Massa. Exemplo Completo.

Paulo Fábio Bregalda



O conteúdo dos trabalhos técnicos apresentados no COBREAP é de inteira responsabilidade de seus autores.

MÉTODO DE AVALIAÇÃO DE IMÓVEIS UTILIZANDO O CONCEITO FÍSICO DE CENTRO DE MASSA. EXEMPLO COMPLETO.

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo apresentar e propor o Método de Centro de Massa, de nossa criação, mostrando sua aplicabilidade e adequação para avaliação de imóveis, utilizando fundamentos da lógica Fuzzy, conceito físico de Centro de Massa e de Norma Euclideana.

PALAVRAS-CHAVE: Avaliação, Decisão Multicritério, Lógica Fuzzy.

CAPÍTULO 1

OBJETIVO – INTRODUÇÃO.

Este método que está sendo proposto baseia-se em utilização de pesos ou notas para os imóveis da amostra e para o imóvel avaliando, utiliza conceitos de lógica Fuzzy, numa escala contínua de 1 a 9 - $[1 \ 9] \in \Re$ - atribuindo-se as notas qualquer número Real pertencente ao intervalo $[1 \ 9]$, dentro do conceito da Lógica Fuzzy ou Lógica Nebulosa, onde faz sentido medir expressões linguísticas e “nebulosas”, tais como, “ligeiramente maior”, “um pouco menor”, “muito superior”, “quase igual” etc.

O objetivo é alocar cada imóvel do rol amostral e o imóvel avaliando no espaço Euclidiano que está sendo considerado, em função do número de fatores. Assim se tivermos “n” fatores, o espaço considerado será o $\Re^n = \Re \times \Re \times \dots \times \Re$, Produto Cartesiano de $\Re$ por $\Re$ n vezes, espaço Euclidiano n dimensional, onde $\Re$ representa o conjunto dos números reais.

Para verificar a “aproximação” ou distância de cada imóvel da amostra ao imóvel avaliando utiliza-se o conceito de Norma Euclidiana. Assim, quanto menor for a Norma (distância) do vetor determinado pelo imóvel avaliando e o imóvel da amostra, mais semelhantes serão estes imóveis. O grau de semelhança entre os imóveis, então, é inversamente proporcional ao módulo (ou norma) deste vetor, quanto maior a “distância” entre os imóveis menor será o grau de semelhança entre eles e vice-versa.

As comparações entre os imóveis e suas “aproximações”, representadas pela distância euclidiana entre os vetores, determinados por cada elemento da amostra com o imóvel avaliando, são o ponto central da nossa teoria.

A teoria reflete um método natural da mente humana para efetuar comparações, atribuímos uma nota por fator para cada um dos imóveis, numa escala contínua de 1 a 9, permitindo ao avaliador aproximar-se da realidade tanto quanto admita a sua percepção. Assim, para imóveis semelhantes, em relação a um dado fator, temos notas aproximadamente iguais. Para imóveis diferentes, em relação ao dado fator, as notas se diferenciam proporcionalmente ao grau desta diferença, quanto melhor for o imóvel, em relação ao fator considerado, maior será a sua nota.

Ao atribuímos as notas consideramos os conceitos inerentes à Lógica Fuzzy, pois admitimos termos tais como: “ligeiramente superior”, “um pouco menor”, “aproximadamente iguais” etc. Conceitos estes não admitidos na Lógica Clássica ou Lógica das ciências, binária e dicotômica, admitindo apenas duas hipóteses, mutuamente excludentes. Desta forma, nos aproximamos mais da forma de organização do processo cerebral, de suas correlações mentais, da expressão destes

elementos em simbolismo e linguagem. Além disso, veremos que o processo é robusto. Ou seja, pequenos desvios ou distinções não se tornam decisivos.

Esta é uma forma matematicamente sustentável de se lidar com o problema da avaliação de imóveis e com a subjetividade do avaliador. Esses tipos de comparações, que parecem complicados, ocorrem na vida real constantemente.

O Modelo de Centro de Massa, por nós sugerido, utiliza de forma rigorosa e formal conceitos consagrados da matemática, tais como, vetor, norma euclidiana, espaço vetorial, que além de serem precisos emprestam formalidade e elegância ao método sugerido. O Método é de muito fácil aplicação, não exigindo grandes auxílios computacionais ou expertise em matemática. Basta uma planilha de Excel, ou até mesmo uma simples máquina de calcular, com conhecimentos básicos de matemática.

CAPÍTULO 2

JUSTIFICATIVAS TÉCNICAS PARA A UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DE CENTRO DE MASSA-GRAVIDADE NA AVALIAÇÃO DE IMÓVEIS.

A NBR 14.653 - 1, 2, 3 da ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas, recomenda no item 8.2.1.4.3, tratamento científico com ferramentas, tais como, Regressão Linear, citando, dentre as metodologias para o tratamento dos dados, a utilização de Redes Neurais Artificiais, a Lógica Fuzzy, a Análise Envoltória de Dados e a Regressão Espacial.

As variáveis objetivas são regidas pelas leis da Lógica Clássica ou Lógica das Ciências. Podemos citar como exemplo de variável objetiva, o “Fator Área”, preconizado na Norma de Avaliação, que possui uma equação determinística. As variáveis subjetivas, entretanto, carecem de tratamento que não se enquadram na Lógica Clássica, uma vez que admitem uma terceira possibilidade, contrariando o princípio do terço excluído. Daí serem indicadas ferramentas apropriadas para o tratamento dessas variáveis, tais como, Lógica Fuzzy, Redes Neurais Artificiais (RNA's) entre outras que compõem o conjunto de Análise de Decisão Multicritério.

O processo de avaliação de imóveis utiliza parâmetros referentes às variáveis representativas do mercado imobiliário. Variáveis estas, denominadas variáveis independentes, se relacionam com o valor do imóvel chamada de variável dependente. Inúmeras são as variáveis que não se adequam ao tratamento puramente objetivo, não podem ser representadas através da objetividade de uma equação matemática, pois admitem juízos de valores subjetivos e expressões linguísticas, tais como, “melhor que”, “mais alto”, “mais próximo de A do que de B”, assim por diante. Tais conceitos são inerentes à Lógica Fuzzy, ou Lógica Nebulosa, não fazem sentido na Lógica Clássica ou Formal. Entre dois valores a e b há uma infinidade de possibilidades, o espaço das possibilidades é um conjunto infinito. Ao passo que na lógica Clássica existem somente duas possibilidades, não se admitindo uma terceira, o sistema é binário e dicotômico, o espaço das possibilidades é o conjunto discreto $\{0, 1\}$.

Além do fato da Lógica Fuzzy (ou nebulosa) ser mais adequada para representar a forma aproximada do nosso pensamento quando fazemos comparações, há que se considerar que os modelos, em geral, são não lineares, são complexos e exigem ferramental matemático sofisticado. A linearização de modelos envolve cálculos que nem sempre são viáveis na prática, são de difícil execução, além

de provocar erros nem sempre perceptíveis ou possíveis de serem medidos e avaliados. Modelos não lineares são sofisticados e de difícil implementação na prática, exigindo conhecimento matemático apurado, tais como a utilização de programação não linear, equações diferenciais não lineares, equações a derivadas parciais. Em quase a totalidade dos casos, não há algoritmo para resolução desses modelos.

A própria regressão linear múltipla, recomendada pela Norma de Avaliação como uma forma de tratar os dados, parte do pressuposto que os dados são uma aproximação linear de dados de mercado, o que não é verdade. Esta aproximação linear nem sempre reflete, mesmo de forma aproximada, o valor de mercado do imóvel avaliando, existem características e especificidades inerentes muito variadas e descontínuas. Isto posto, há a necessidade de utilizar técnicas, com a lógica inerente ao modelo, diferente da Lógica Formal, objetivando representar os processos de avaliação de imóveis e os modelos representativos dentro de espaço contínuo. Essas técnicas se impõem quando as variáveis são subjetivas, ou nebulosas, ou difusas, ou ambíguas, de difícil mensuração clássica, ou seja, não são determinadas com a Lógica Clássica e nem através de uma equação matemática num espaço discreto.

Para a utilização da Lógica Fuzzy, temos que considerar que este é um modelo representativo da realidade aproximada, que imita as ocorrências do mundo real e a forma de pensar o problema. Desta forma, podemos fazer simulações, análise de sensibilidade e tirar outras informações para a tomada de decisões. Nosso objetivo é nos aproximarmos assintoticamente da realidade, sem perder de vista que essa é inatingível, principalmente, quando se trata de variáveis subjetivas, onde cada julgador decide de acordo com as suas convicções e percepção. Vale dizer, cada um tem a sua própria verdade e que, obviamente, jamais poderá ser tomada de forma absoluta.

A Lógica Fuzzy é a lógica baseada na teoria dos conjuntos Fuzzy. Ela difere dos sistemas lógicos tradicionais. Na Lógica Fuzzy, “o raciocínio exato” corresponde a um caso limite do raciocínio aproximado, sendo interpretado como um processo de composição de relações nebulosas.

Nos sistemas lógicos clássicos existem somente os quantificadores existenciais e universais. A Lógica Fuzzy admite uma grande variedade de quantificadores.

Na lógica nebulosa existe a opção adicional de se empregar probabilidades linguísticas, do tipo: *provável*, *muito provável*, *pouco provável*, *improvável* etc chamados de números Fuzzy e operados pela aritmética Fuzzy (Kaufmann & Gupta, 1988). Em contraste com a Lógica Clássica binária, cujo universo é um conjunto discreto $\{0, 1\}$, o conceito de possibilidade é interpretado utilizando-se subconjuntos Fuzzy, no universo dos números reais, no intervalo contínuo $[0, 1]$ contido em $\mathfrak{R}$. Ou seja, o limite inferior do intervalo “0” representa a impossibilidade, e o limite superior “1” a certeza, tendo infinitas outras possibilidades entre 0 e 1.

CAPÍTULO 3

FUNDAMENTAÇÃO DO MÉTODO CENTRO DE MASSA - CENTRO DE GRAVIDADE.

Ao propor uma escala, diversos autores, quando abordam Análise Multicritério, consideram as limitações humanas. Os limites inferior e superior da escala contínua proposta são, respectivamente, 1 e 9.

Experimentos psicológicos mostram que o ser humano não é capaz de comparar simultaneamente um número muito grande de objetos, bem como tem muitas dúvidas e dificuldades de atribuir uma nota exata. Embora vários experimentos tenham comprovado a eficácia dessa escala proposta, a literatura propõe várias outras que podem ser usadas em diferentes problemas. Entretanto, os modelos de decisão e avaliação, em quase a sua totalidade, adotam conjunto discreto para a escala. No Modelo Centro de Massa que estamos propondo a escala é contínua.

3.1 - Escala Utilizada

Propomos a seguinte escala para atribuição dos pesos ou notas para os imóveis, em relação a cada um dos fatores, que compõe o conjunto de fatores adotado:

1 - péssimo;

3 - ruim;

5 – regular;

7 - bom;

9 – excelente.

2, 4, 6, 8 - valores usados para quantificar julgamentos intermediários a esses.

Pode-se, também, num julgamento mais refinado, atribuir notas ou pesos representados por números decimais não inteiros. Por exemplo, podemos, de forma mais refinada, atribuir a nota 6,8, significando que o imóvel, em relação ao fator considerado, é muito próximo do regular porém ligeiramente inferior. Ou 7,3 significando que o imóvel está pouco acima do regular e é ligeiramente superior. Essas gradações somente são possíveis dentro do conceito de Lógica Fuzzy que admite expressões linguísticas, tais como, “mais próximo de”, “ligeiramente melhor” etc.

3.2 - Formulação do Método.

O nome utilizado para o Método foi inspirado no conceito físico de “Centro de Massa” ou “Centro de Gravidade” da mecânica clássica.

Se calcularmos, o centro de massa do conjunto de pontos, cujas coordenadas são as notas atribuídas aos imóveis por fator, e considerando como “massa” o preço do respectivo imóvel, teremos como resultante o “Centro de Massa”, ou “Centro de Gravidade” ou ponto de equilíbrio do conjunto dos imóveis considerados. O Centro de Massa, neste caso, representaria o ponto resultante de todos os imóveis do rol. Ou seja, o ponto representativo do conjunto dos imóveis da amostra.

Na Mecânica Newtoniana, “**Centro de Massa**” é o ponto hipotético onde toda a massa de um sistema físico está concentrada, movendo-se como se todas as forças externas estivessem sendo aplicadas neste ponto. Ou seja, este ponto resultante representa a massa de todo o sistema. Esta forma de calcular e agir é comumente utilizada no dimensionamento de estruturas quando situamos a força resultante no centro de gravidade do sistema. Por exemplo, no dimensionamento de uma viga trabalhamos com a resultante das forças aplicadas no centro de gravidade da viga. Ou seja, aplicamos a resultante de todas as forças que agem no sistema no centro de gravidade, ponto representativo de todos os pontos que compõe a viga.

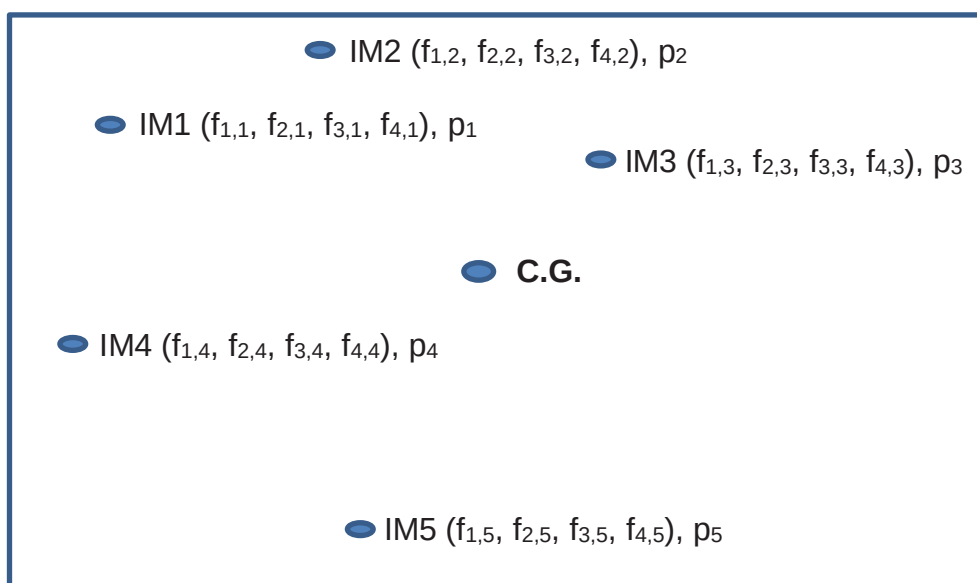
O uso do centro de massas na mecânica clássica representa a simplificação de movimentos compostos realizados. Por exemplo, quando um objeto é lançado, há diferentes movimentos em todas as partículas que o compõe, porém há um ponto ou

partícula resultante, representativo do conjunto de pontos que compõe o objeto, este ponto é o centro de massa.

O “Centro de Massa” – C.M - também pode ser chamado de “Centro de Gravidade” – C.G. - no nosso caso específico. Para a avaliação de imóveis, podemos interpretar o C.G. como sendo o ponto do espaço considerado resultante de todos os pontos dos imóveis do rol, ou seja, a resultante do conjunto de imóveis do rol das amostras.

O C.G. ou C.M., portanto, é o ponto do espaço considerado que tem a capacidade de representar o Conjunto dos imóveis amostrais. Inspirados nesse conceito, escolhemos o nome do nosso modelo.

Esquemáticamente, exemplificando para 5 imóveis amostrais e 4 fatores, temos:



$IM_j = (f_{1,j}, f_{2,j}, f_{3,j}, f_{4,j}), p_j$ - onde: $\{(f_{1,j}, f_{2,j}, f_{3,j}, f_{4,j})\}$ é conjunto das notas dos 4 fatores considerados para o imóvel j ; $j = 1, 2, 3, 4, 5$; ponto do espaço de dimensão 4 ($n = 4$); p_j = preço do imóvel j .

$P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ – conjunto dos preços dos imóveis IM1, IM2, IM3, IM4, IM5, respectivamente. Ou seja, p_j é o preço por m^2 do imóvel IM j , $j = 1, 2, 3, 4, 5$.

C.G. – Centro de Gravidade ou Centro de Massa do conjunto de imóveis considerados, pode ser interpretado como o Ponto de Equilíbrio, resultante dos imóveis amostrais, com as notas atribuídas e respectivo preço, análogo ao conceito físico.

$C.G. = [((f_{1,1}, f_{2,1}, f_{3,1}, f_{4,1}) \times p_1) + ((f_{1,2}, f_{2,2}, f_{3,2}, f_{4,2}) \times p_2) + ((f_{1,3}, f_{2,3}, f_{3,3}, f_{4,3}) \times p_3) + ((f_{1,4}, f_{2,4}, f_{3,4}, f_{4,4}) \times p_4) + ((f_{1,5}, f_{2,5}, f_{3,5}, f_{4,5}) \times p_5)] \div (p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5)$.

Obtemos, assim, as 4 coordenadas do centro de gravidade – $C.G. \in \mathbb{R}^4$.

É importante observar que há um isomorfismo entre ponto do espaço considerado e vetor desse mesmo espaço. Assim, podemos nos referir, indistintamente, ao ponto A , como vetor A . Existe uma função bijetora, correspondência uma a uma, entre os pontos do espaço considerado e os vetores deste espaço. Dado um ponto do espaço, existe um e somente um, vetor associado a ele.

No algoritmo do Modelo que estamos propondo não há necessidade de calcular o Centro de Gravidade, apenas guardar o conceito. Exemplificamos para mostrar a função física do Centro de Gravidade e sua “semelhança” com o nosso Modelo.

As coordenadas do ponto “Centro de Massa” ou “Gravidade” são determinadas pelas notas atribuídas aos imóveis do rol, em relação a cada um dos fatores, com o preço atuando como “massa” física, mostrando, assim, a analogia existente entre o conceito físico de Centro de Massa e o nome do Modelo de Avaliação por nós sugerido.

3.3 – Cálculo da Norma Euclideana.

Sejam m pontos – m imóveis amostrais: $IM1, IM2, IM3, \dots, IMm$, representados por suas n coordenadas, do espaço n -dimensional ($\mathcal{R}^n$) – onde “ n ” é o número de fatores – e p_j os respectivos preços dos imóveis, $i = 1, 2, \dots, n$ e $j = 1, 2, \dots, m$.

Ou seja: $IMj = (f_{1,j}, f_{2,j}, f_{3,j}, \dots, f_{n,j})$ é o ponto do espaço n -dimensional ou vetor de dimensão n , onde as coordenadas $f_{i,j}$ são as notas atribuídas ao IMj por cada um dos n fatores.

Seja o imóvel avaliando $IMaval$ representado por suas n coordenadas (notas).

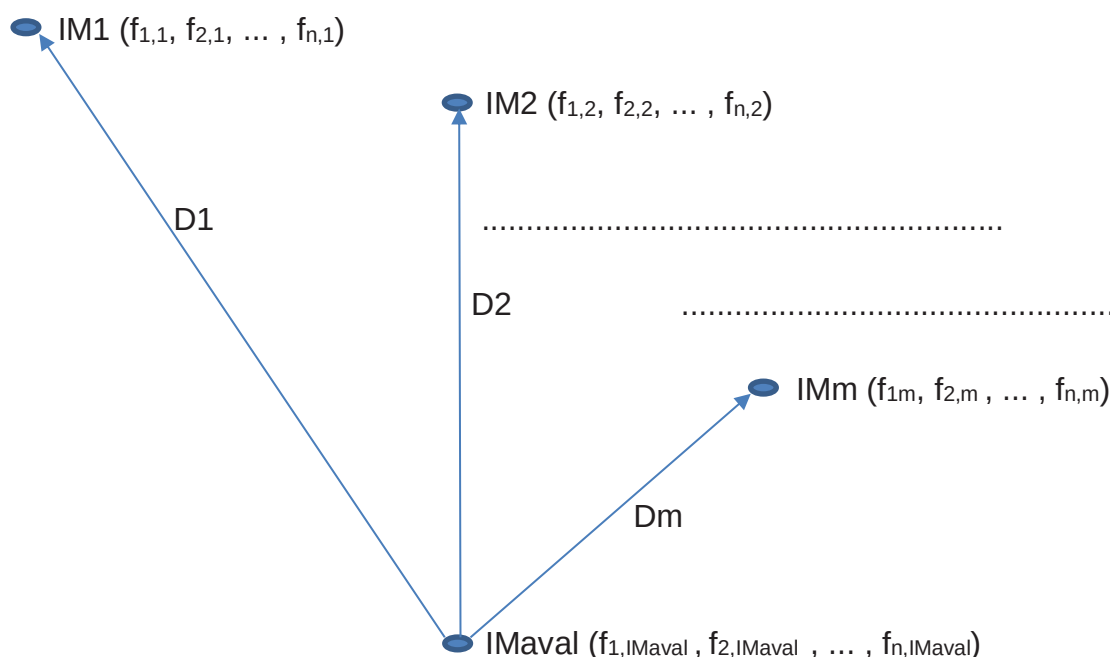
A “Norma Euclideana”, também chamada de “Distância”, entre o imóvel avaliando e cada um dos outros imóveis do rol da amostra, é calculada da forma descrita a seguir.

A “Distância” – Dj – do Imóvel avaliando ao imóvel IMj ou Norma do vetor determinado pelos pontos do imóvel avaliando e o imóvel IMj ; chamaremos de Dj a distância do imóvel avaliando – $IMaval$ – ao imóvel IMj .

Dj = norma do vetor determinado pelos pontos $(f_{1,IMaval}, f_{2,IMaval}, f_{3,IMaval}, \dots, f_{n,IMaval})$ e $(f_{1,j}, f_{2,j}, f_{3,j}, \dots, f_{n,j})$, para cada $j = 1, 2, \dots, m$.

$$Dj = [(f_{1,j} - f_{1,IMaval})^2 + (f_{2,j} - f_{2,IMaval})^2 + (f_{3,j} - f_{3,IMaval})^2 + \dots + (f_{n,j} - f_{n,IMaval})^2]^{1/2}$$

Esquemáticamente, temos:



CAPÍTULO 4

ALGORITMO DO MÉTODO CENTRO DE MASSA.

4.1 – Passo a passo.

PASSO 0 – DADOS:

Número de imóveis – m ; ROL das amostras dos imóveis = $\{IM1, IM2, \dots, IMm\}$;
 P = conjunto dos preços dos imóveis por m^2 - $P = \{p_1, p_2, \dots, p_j\}$; $j = 1, 2, \dots, m$;
 n fatores – f_i ; $i = 1, 2, \dots, n$.

PASSO 1 – TABELA DE NOTAS OU PESOS:

As notas atribuídas aos imóveis por fator é um número pertencente ao intervalo contínuo $[1 \ 9] \in \mathbb{R}$, onde $\mathbb{R}$ é o conjunto dos números reais.

Notas ou pesos para cada imóvel, por fator, utilizando a escala:

1 - péssimo; 3 - ruim; 5 – regular; 7 - bom; 9 – excelente.

Atribuir nota para cada um dos imóveis do ROL, em relação a cada um dos fatores; determinar a matriz $A(n \times m)$ de todas as notas, onde A_{ij} é a nota do imóvel j em relação ao fator i ; $i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, m$.

PASSO 2 - CÁLCULO DA DISTÂNCIA DO IMÓVEL AVALIANDO A CADA IMÓVEL DA AMOSTRA:

D_j = distância do imóvel avaliando (IM_{aval}) ao imóvel IM_j da amostra; $j = 1, 2, \dots, m$; ponto ou vetor **IM_{aval}** , determinado pela notas atribuídas a este imóvel avaliando para cada um dos fatores; IM_{aval} ($n \times 1$) matriz coluna ou vetor ($1 \times n$), seja este vetor $F_{i,j}$; $i = 1, 2, \dots, n$.

D_j = módulo do vetor determinado pelos pontos IM_{aval} e IM_j ;

$(IM_{aval}, IM_j) = IM_j - IM_{aval} = (A_{1,j} \ A_{2,j} \ \dots \ A_{n,j}) - (F_1 \ F_2 \ \dots \ F_n) = (A_{1,j} - F_1 \ A_{2,j} - F_2 \ \dots \ A_{n,j} - F_n)$.

Distância = Norma ou Módulo do vetor, notação $D_j = ||(IM_{aval}, IM_j)||$, temos:

$D_j = ||(IM_{aval}, IM_j)|| = [(A_{1,j} - F_1)^2 + [(A_{2,j} - F_2)^2 + \dots + [(A_{n,j} - F_n)^2]^{1/2}$

PASSO 3 – TESTE DE COMPATIBILIDADE DOS IMÓVEIS DA AMOSTRA:

Calcular a média aritmética (MA) das m distâncias: $D_1, D_2, \dots, D_m$, respectivamente, distância do imóvel avaliando a cada imóvel D_j da amostra; $j = 1, 2, \dots, m$.

$MA = (D_1 + D_2 + \dots + D_m) \div m$.

Calcular o Desvio Padrão (DP) das distâncias;

Variância = VAR = média aritmética dos desvios quadráticos = $[(D_1 - MA)^2 + (D_2 - MA)^2 + \dots + (D_m - MA)^2] \div (m - 1)$. Desvio Padrão = $DP = VAR^{1/2}$

CRITÉRIO: Excluir do ROL das amostras os imóveis cuja distâncias são maiores que (média aritmética + desvio padrão).

Se $D_j > (MA + DP) \rightarrow IM_j$ será retirado da amostra; $\forall \in \{1, 2, \dots, m\}$.

PASSO 4 - CÁLCULO DA DIVISÃO INVERSAMENTE PROPORCIONAL (DINV):

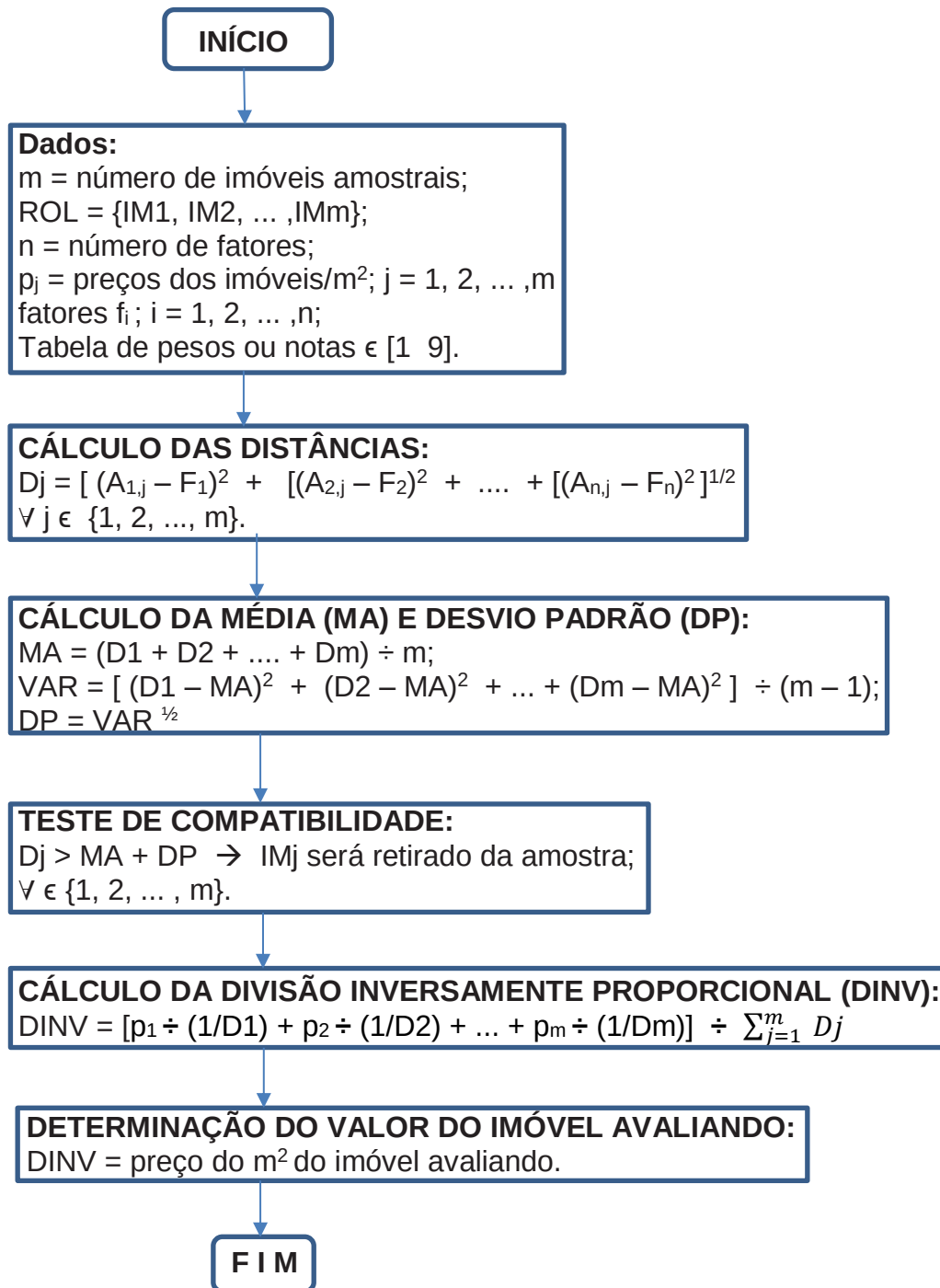
$DINV$ = divisão dos preços/ m^2 inversamente proporcional as distâncias.

$DINV = [p_1 \div (1/D_1) + p_2 \div (1/D_2) + \dots + p_m \div (1/D_m)] \div \sum_{j=1}^m D_j$

PASSO 5 – DETERMINAÇÃO DO VALOR DO IMÓVEL AVALIANDO.

$DINV = \text{PREÇO DO } M^2 \text{ DO IMÓVEL AVALIANDO}$

4.2 - DIAGRAMA DE BLOCOS DO ALGORITMO.



CAPÍTULO 5

EXEMPLO COMPLETO - RESOLUÇÃO DO MODELO CENTRO DE MASSA.

Seja o Rol das amostras compostas de 8 imóveis:

ROL = {IM1, IM2, IM3, IM4, IM5, IM6, IM7, IM8};

Seja P o conjunto dos preços dos imóveis por m²:

P = {p₁, p₂, p₃, p₄, p₅, p₆, p₇, p₈}, onde p_j é o preço por m² do imóvel IM_j; j = 1, 2, ... , 8.

Sejam os preços/m² (em reais) dos imóveis da amostra: $p_1 = 5.237,00$; $p_2 = 3.810,00$; $p_3 = 4.275,00$; $p_4 = 3.559,00$; $p_5 = 4.007,00$; $p_6 = 8.200,00$; $p_7 = 3.104,00$; $p_8 = 4.915,00$.

Sejam 3 fatores: $FAT = \{f_1, f_2, f_3\}$; $n = 3$ (espaço tri-dimensional - $\mathfrak{R}^3$); hipoteticamente podemos raciocinar, por exemplo, como sendo, respectivamente, acabamento, localização, posição.

As notas atribuídas aos imóveis amostrais, em relação a cada fator, e as notas para o imóvel avaliando, em relação a cada fator, pertencem ao intervalo contínuo $[1 \ 9]$ – contido no conjunto $\mathfrak{R}$, dos números reais.

Notas ou pesos para cada imóvel, por fator:

1 - péssimo; 3 - ruim; 5 – regular; 7 - bom; 9 – excelente.

Podemos, ainda, atribuir, de forma mais refinada, notas representadas por qualquer número real no intervalo $[1 \ 9]$.

Dessa forma, por exemplo, a nota 6,8, significando “quase bom”, com sentido somente possível no contexto da Lógica Fuzzy.

Sejam as notas representadas na matriz $A_{(3 \times 8)}$, onde o elemento $A_{i,j}$ representa a nota atribuída ao imóvel j em relação ao fator i ; $i = 1, 2, 3$; $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$.

Sejam a Matriz $A_{(3 \times 8)}$, das notas por fator de cada imóvel, e o vetor F_i ou Matriz coluna (3×1) , das notas por fator para o imóvel avaliando:

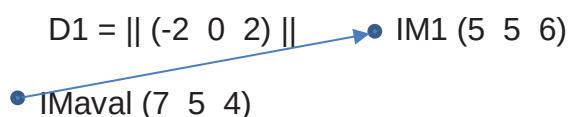
F_i	IM1	IM2	IM3	IM4	IM5	IM6	IM7	IM8	F_i	IMaval
F_1	5	4	3	7	2	9	5	3	F_1	7
F_2	5	8	5	8	3	8	4	4	F_2	5
F_3	6	2	4	9	2	9	6	6	F_3	4

Logo, temos os vetores:

$IMaval = (7 \ 5 \ 4)$; $IM1 = (5 \ 5 \ 6)$; $IM2 = (4 \ 8 \ 2)$; $IM3 = (3 \ 5 \ 4)$; $IM4 = (7 \ 8 \ 9)$; $IM5 = (2 \ 3 \ 2)$; $IM6 = (9 \ 8 \ 9)$; $IM7 = (5 \ 4 \ 6)$; $IM8 = (3 \ 4 \ 6)$, representando as notas dos imóveis por fator.

$(IMaval, IM1)$ - vetor definido pelo ponto $IMaval$ e pelo ponto $IM1$:

$(IMaval, IM1) = ((5 \ 5 \ 6) - (7 \ 5 \ 4)) = (-2 \ 0 \ 2)$



Cálculo da Norma ou Módulo do vetor – Distância D1:

$D1 = || (-2 \ 0 \ 2) || = [(-2)^2 + 0^2 + 2^2]^{1/2} = [4 + 0 + 4]^{1/2} = 8^{1/2} = 2,83$

Logo, a distância D1 do ponto $IMaval$ ao ponto $IM1$, ou Norma do vetor definido por estes pontos, é 2,83.

Notação: $|| V ||$, representa a Norma ou módulo do vetor V .

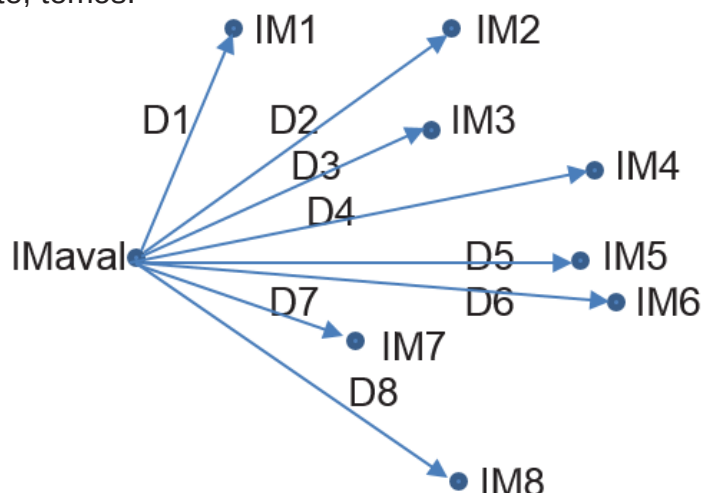
Calculando todas as distâncias do imóvel avaliando ($IMaval$) a todos os outros imóveis do ROL, utilizando uma planilha de Excel, temos:

F_i	IM1	IM2	IM3	IM4	IM5	IM6	IM7	IM8	F_i	IMaval
F_1	5	4	3	7	2	9	5	3	F_1	7
F_2	5	8	5	8	3	8	4	4	F_2	5
F_3	6	2	4	9	2	9	6	6	F_3	4

D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8
2,83	4,69	4,00	5,83	5,74	6,16	3,00	4,58

Onde, D_j é a distância do imóvel avaliando – IMaval – ao imóvel $IM_j - \forall j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, definida pela Norma ou Módulo do vetor $(IM_j - IM_{aval})$.

Esquemáticamente, temos:



O imóvel mais próximo – representado pela menor distância $D1 = 2,83$ - ou o que mais se assemelha ao imóvel avaliando IMaval é o imóvel IM1. Analogamente, o imóvel mais distante – representado pela maior distância $D6 = 6,16$ - ou o que menos se assemelha ao imóvel avaliando IMaval é o imóvel IM6.

Calculamos a Média das distâncias = 4,61 e o Desvio Padrão = 1,27. Adotando como critério de exclusão do rol os imóveis cujas distâncias ao imóvel avaliando é maior que (Média das distâncias + Desvio Padrão das Distâncias), temos:

Média + Desvio Padrão = $4,61 + 1,27 = 5,88$.

Há apenas um imóvel cuja distância ao imóvel avaliando é maior que o critério de eliminação $IM6 \rightarrow D6 = 6,16 > 5,88$. Portanto o imóvel IM6 será retirado da amostra. O conjunto das amostras passa a ser:

$ROL = \{IM1, IM2, IM3, IM4, IM5, IM7, IM8\}$.

Fazendo a divisão inversamente proporcional às distâncias dos 7 imóveis do ROL para o imóvel avaliando, supondo o preço/m² em reais, sendo:

$p_1 = 5.237,00$; $p_2 = 3.810,00$; $p_3 = 4.275,00$; $p_4 = 3.559,00$; $p_5 = 4.007,00$; $p_7 = 3.104,00$; $p_8 = 4.915,00$. Sendo as distâncias:

$D1 = 2,83$; $D2 = 4,69$; $D3 = 4,00$; $D4 = 5,83$; $D5 = 5,74$; $D7 = 3,00$; $D8 = 4,58$.

D1	D2	D3	D4	D5	D7	D8	soma Dj
2,83	4,69	4,00	5,83	5,74	3,00	4,58	30,67
p1	p2	p3	p4	p5	p7	p8	soma pj
5.237	3.810	4.275	3.559	4.007	3.104	4.915	28.907

	pJ/(1/DJ)
IM1	14.812,47
IM2	17.870,48
IM3	17.100,00
IM4	20.752,36
IM5	23.018,46
IM7	9.312,00
IM8	22.523,36
SOMA	125.389,14

DINV = divisão inversamente proporcional.

DINV =	[p1/(1/D1) + p2/(1/D2) + p3/(1/D3) + p4/(1/D4) + p5/(1/D5) + p7/(1/D7) + p8/(1/D8)] ÷ soma pj						
DINV =	125.389,14 ÷ 30,67						
DINV =	4.088,33 preço/m2 do imóvel avaliando						

Calculamos o preço/m² do imóvel avaliando: **R\$ 4.088,33.**

CAPÍTULO 6

JUSTIFICATIVAS PARA O USO DO MÉTODO CENTRO DE MASSA.

6.1 – Recomendações Preliminares.

De acordo com a ABNT NBR 14653 e recomendações do IBAPE – RJ – Instituto Brasileiro de Avaliações e Perícias de Engenharia, temos para o - Método comparativo direto de dados de mercado:

“Analisa elementos semelhantes ou assemelháveis ao avaliando, com objetivo de encontrar a tendência de formação de seus preços. A homogeneização das características dos dados deverá ser efetuada através do tratamento por fatores que antecederá a análise estatística. No tratamento dos dados podem ser utilizadas várias ferramentas analíticas, entre as quais se destacam “tratamento por fatores” e “inferência estatística”, adotadas em função da qualidade e da quantidade de dados e informações disponíveis, a critério do avaliador. Na aplicação do método comparativo direto para a obtenção do valor de mercado, é recomendável o tratamento por fatores em amostras homogêneas onde são observadas as condições de semelhança definidas na coleta de dados. Para amostras heterogêneas é recomendável a utilização de inferência estatística, desde que as diferenças sejam devidamente consideradas, inclusive quanto a eventuais interações.

Outras ferramentas, quando aplicadas, devem ser devidamente justificadas, com apresentação dos princípios básicos e interpretação dos modelos adotados”.

Os fatores devem ser calculados por metodologia científica justificado do ponto de vista teórico e prático.

De acordo com a Norma, os principais fatores a serem considerados na avaliação: Oferta; Localização; Fatores de forma (testada, profundidade, área ou múltiplas frentes); Fatores padrão construtivo; e depreciação.

Os fatores complementares a serem considerados são: Fatores relativos à topografia; Fatores quanto a consistência do terreno devido à presença ou ação da água.

“Os fatores representativos, assim como os complementares, devem ser testados segundo o disposto na Norma. Não é objetivo obter o menor coeficiente de variação, mas sim o modelo que melhor represente o comportamento de mercado, validado pela estatística”.

“A descrição do imóvel avaliando deverá conter elementos que permitam a perfeita caracterização de todas as variáveis analisadas, bem como forneçam a visão geral do seu entorno, preferencialmente contendo fotos que propiciem identificá-las”.

“A apresentação dos imóveis integrantes da amostra pesquisada deverá conter informações sobre as variáveis analisadas no modelo adotado, sempre que possível com fotos (pelo menos foto frontal) ”.

Todas as recomendações continuam, igualmente, valendo para o Método “Centro de Massa” proposto.

6.2 - Comentários - Observações.

No exemplo numérico anterior colocamos 03 fatores, com o objetivo de mostrar a aplicação do Método, entretanto podemos utilizar mais fatores se o avaliador julgar necessário. Alguns fatores podem ser calculados diretamente por que são claramente determinados através de uma equação. Este é o caso típico do “Fator Área”, variável objetiva, com o mesmo critério sugerido pela Norma de Avaliação.

Podemos ainda atribuir peso a cada um dos fatores, em relação aos demais que compõe o conjunto proposto, quanto maior a nota atribuída ao fator maior será a sua influência ou peso na determinação do preço do imóvel avaliando.

No aplicativo do Método utilizamos 08 amostras, entretanto podemos utilizar qualquer número de amostras. O Método admite qualquer número de amostras de imóveis e de fatores.

Atribuímos notas ou pesos para cada um dos imóveis da amostra por fator. As notas podem ser qualquer número Real no intervalo contínuo [1 9].

Observe que esses conceitos e práticas somente são possíveis na lógica Fuzzy ou nebulosa. Na Lógica clássica não há sentido falar, por exemplo, que uma determinada variável é “ligeiramente” maior do que outra ou que é “fortemente” superior a outra.

A fundamentação científica do método utiliza conceitos matemáticos rigorosos, mas a aplicação é simples, bastando utilizar uma planilha elementar do Excel ou até mesmo uma máquina de calcular.

CAPÍTULO 7 CONCLUSÕES.

O avaliador enfrenta um problema formado por um sistema complexo de componentes pertinentes ao modelo que deseja resolver. É comum o avaliador ser levado a atribuir um valor equivocado devido à dificuldade em manter a coerência e até mesmo a transitividade. Além deste fato, nas decisões tradicionais, o julgador é levado a ser determinístico e objetivo, entretanto os valores que as notas ou pesos representam são, nitidamente, nebulosos, aproximados e subjetivos.

O Método Centro-Massa, por nós sugerido, se adapta à maneira pela qual a mente humana conceitualiza e estrutura o problema de forma gradual, rigorosa, permitindo ao avaliador se aproximar da realidade de forma assintótica, somente possível de ser tratado com Lógica Fuzzy.

O Método sugerido é um processo robusto, muito pouco sensível a pequenas mudanças, distinções não radicais não são decisivas.

No Modelo do Centro de Massa encontramos uma forma racional de lidar com julgamentos que são subjetivos, medir de forma mais aproximada da realidade, de forma coerente e consistente. Atribuímos notas para todos os imóveis do rol e para o imóvel avaliando em relação a cada fator utilizado, seguindo rigorosamente o mesmo critério de comparação, permitindo ao avaliador grau de aproximação segundo sua sensibilidade.

Os limites psicológicos parecem estar em consonância com as condições para a estabilidade matemática dos resultados.

BIBLIOGRAFIA.

- [1] ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - **NBR 14653-1, 2, 3 : 2004**: Avaliação de Bens, Procedimentos Gerais, Rio de Janeiro, 2004.
- [2] ROY, B., Partial Preference Analysis and Decision Aid: The fuzzy outranking relation concept, D.E. Bell, R.L. Keeney, H. Raiffa, (eds.), *Conflicting Objectives in Decisions*, J. Wiley, New York, pp. 40 - 75, 1977.
- [3] BANA e COSTA, Carlos A., *Métodos de Decisão Multicritérios e Aplicações*, Universidade Federal de Santa Catarina, 2000.
- [4] BANA e COSTA, Carlos A.; DE CORTE, Jean-Marie; VANSNICK, Jean-Claude. MACBETH. Department of Operational Research, London School of Economics, 2000.
- [5] GOMES, L. F. A. M., *Teoria da Decisão*, São Paulo: Thomson, 2007.
- [6] K. J. ARROW, *Social Choice and Individual Values*, J. Wiley, New York, 1951, 2nd edition, 1963.
- [7] KAUFMANN, Arnold; GUPTA, Madan M., *Fuzzy Mathematical Models in Engineering and Management Science*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers B, 1988.
- [8] GOMES, L. F. A. M.; ARAYA, M. C. G., CARIGNANO, C., *Tomada de Decisões em Cenários Complexos*, Thomson Learning, Brasil, 2003.
- [9] CARVALHO, M. B.; EKEL, P. Ya; MARTINS, C. A. P. S.; PEREIRA, J. G. , *Fuzzy Set-based Multiobjective Allocation of Resources: Solution Algorithms and Applications*, *Nonlinear Analysis*, vol. 63, pp 715-724, 2005.
- [10] MOREIRA, D.S.; SILVA, R.S.; FERNANDES, A.M.R., *Engenharia de Avaliações de Imóveis Apoiada em Técnicas de Análise Multicritério e Redes Neurais Artificiais*, *Revista de Sistemas de Informação da FSMA*, n.6, pp. 49-58, 2010.
- [11] NORMA DO INSTITUTO BRASILEIRO DE AVALIAÇÕES E PERÍCIAS DO ESTADO DE SÃO PAULO, IBAPE SP, São Paulo, 2012.
- [12] SAATY, T. L., *Axiomatic Foundation of the Analytic Hierarchy Process*, *Management Science*, vol. 32, pp. 841 - 855, 1986.