



IBAPE NACIONAL
Instituto Brasileiro de Avaliações
e Perícias de Engenharia



IBAPE BAHIA
Instituto Brasileiro de
Avaliações e Perícias de
Engenharia da Bahia

Interpolação Por Vizinho Projetado

José Antoniel Campos Feitosa



O conteúdo dos trabalhos técnicos apresentados no COBREAP é de inteira responsabilidade de seus autores.

**XX COBREAP - CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE
AVALIAÇÕES E PERÍCIAS – SALVADOR/BA - 2019**

TÍTULO – INTERPOLAÇÃO POR VIZINHO PROJETADO

Classificação: Trabalho de Avaliação

RESUMO

Este trabalho traz uma contribuição às técnicas de interpolação de dados espaciais, apresentando a Interpolação por Vizinheiro Projetado, cuja aplicação em modelos de regressão para estimação de valores não amostrados mostrou resultados superiores às técnicas consagradas de interpolação, como o inverso do quadrado da distância e krigagem ordinária.

Palavras-chave: *Interpolação; Krigagem; Vizinheiro projetado*

EXPOSIÇÃO

Conceitos

Estatística espacial: é a seleção de métodos estatísticos nos quais a localização espacial tem papel explícito na análise dos dados. (RIBEIRO JÚNIOR, 2004)

Geoestatística: tem por objetivo a caracterização espacial de uma variável de interesse por meio do estudo de sua distribuição e variabilidade espaciais, com determinação das incertezas associadas. (YAMAMOTO; LANDIM, 2013)

Modelo de regressão: modelo utilizado para representar determinado fenômeno ou comportamento considerando-se as diversas características que possam influenciá-los. (Norma ABNT NBR 14.653-1/2019, 3.1.34).

Regressão espacial: é a técnica utilizada quando se deseja explicar a variabilidade observada em uma determinada variável dependente em relação às variáveis independentes, levando-se em conta a posição geográfica de cada uma das observações e as suas influências sobre os vizinhos. (Norma ABNT NBR 14.653-2/2011, C.1.1).

Valor de mercado: quantia mais provável pela qual se negociaria voluntária e conscientemente um bem, em uma data de referência, dentro das condições do mercado vigente. (Norma ABNT NBR 14.653-1/2019, 3.1.47)

1. Referencial teórico

Segundo a ABNT (2011), a técnica de regressão quando se pretende estudar o comportamento de uma variável dependente (p.ex., o seu preço unitário, expresso em R\$/m²) em relação a outras que são responsáveis pela variabilidade observada nos preços (p. ex.: área, localização, padrão, etc.) é a análise de regressão, que utiliza um modelo matemático cujos parâmetros são extraídos de uma amostra da população estudada (no caso, o mercado imobiliário de determinada região), através da inferência estatística.

Um dos pressupostos básicos para a utilização da regressão linear é, dentre outros, a não autocorrelação (Norma ABNT NBR 14.653-2/2011, A.2.1.4), ou seja, a não existência de correlação de valores de uma mesma variável ordenados no tempo (com dados de séries temporais) ou no espaço (com dados espaciais), (MAIA, 2017).

Ocorre que tal exigência, quando se trata de avaliação espacial, raramente é constatada, como se pode verificar intuitivamente através da variação gradual do preço de um imóvel à medida que ele se afasta de determinadas zonas de influência (valorizantes: proximidade do mar, de shoppings centers, etc.; desvalorizantes: proximidade de presídios, lagoas de estabilização, etc.), deixando patente a correlação espacial entre a variável sob análise e sua localização.

O Anexo C da Norma ABNT NBR 14.653-2/2011 traz as recomendações para o tratamento de dados por regressão espacial, abordando, por sua vez, as maneiras pelas quais a existência da correlação espacial pode ser constatada. Uma dessas formas refere-se à análise do semivariograma, que é um gráfico da semivariância $\gamma(h)$ versus h , onde $\gamma(h)$ é dado pela expressão:

$$\gamma(h) = (1/2n) \sum \{z(x_i) - z(x_i + h)\}^2,$$

sendo n o número de pares de pontos amostrais, com atributos z , separados por uma distância h .

O semivariograma (ou variograma) é um gráfico que pode assumir os seguintes aspectos:

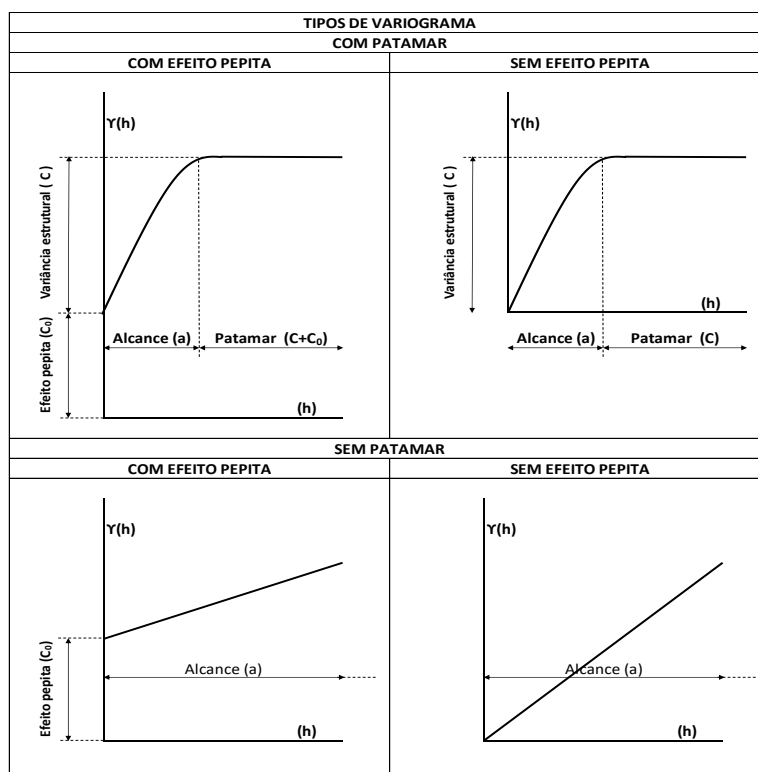


Figura 1 – Tipos de variograma

Segundo Guimarães (2004), o gráfico da semivariância ($Y(h)$) em função da distância (h), mostrará uma série de pontos discretos que é chamado semivariograma experimental. Uma função contínua deve ser ajustada às semivariâncias experimentais. A escolha do modelo de semivariograma que será utilizado é um dos aspectos mais importantes da geoestatística. Todos os cálculos da geoestatística dependem do modelo de semivariograma ajustado e, conseqüentemente, se o modelo ajustado não for apropriado, todos os cálculos seguintes conterão erros que poderão afetar as inferências, portanto o ajuste de semivariograma é uma fase crucial na análise geoestatística e deve receber uma atenção especial.

Conforme Dantas, Portugal e Prado (2006), O alcance (a) é a porção mais importante do semivariograma, pois identifica os valores de h onde existe dependência espacial, ou seja, o raio de influência da dependência espacial. Assim, é a inclinação desse segmento que configura a existência de autocorrelação espacial, sendo a sua ausência caracterizada por um segmento de reta paralelo ao eixo das abscissas (h).

Constatada pelo variograma a existência de dependência espacial, tal realidade deve constar do modelo matemático utilizado para estimar os preços dos imóveis, sob pena de produzir estimativas viciadas, inservíveis.

Uma das formas de incorporar a autocorrelação espacial no modelo matemático de estimação é, conforme a ABNT (2011), mediante o emprego de métodos para determinar os pesos necessários a uma interpolação local, como, por exemplo, o método da Krigagem¹.

Na lição de Dantas, Sá e Portugal (2005), as técnicas de estimação espacial podem ser aplicadas a um amplo espectro de variáveis, econômicas ou de outro tipo, cujo valores dependem essencialmente do lugar no espaço onde se encontrem os dados.

Yamamoto e Landim (2013) lecionam que o processo de reprodução das características do fenômeno espacial baseado em pontos amostrais é denominado interpolação ou estimativa. A interpolação ou estimativa de um ponto não amostrado é feita por meio do ajuste de funções matemáticas locais (pontos mais próximos ao ponto não amostrado) ou globais (todos os pontos amostrais). A diferença fundamental entre os diversos métodos estimadores existentes baseia-se na maneira como os Z_i são escolhidos e os respectivos pesos P_i são calculados e aplicados durante o processo de estimativa. Uma divisão simples entre os métodos pode ser em modelos determinísticos e modelos estocásticos. Os modelos determinísticos têm por base critérios puramente geométricos em que as distâncias são euclidianas e não fornecem medidas de incerteza como, por exemplo, o conhecido método do inverso do quadrado da distância (IQD).

¹ O termo - tradução do francês *krigeage* e do inglês *kriging* - foi cunhado pela Escola Francesa de Geoestatística em homenagem a Daniel G. Krige, engenheiro de minas sul-africano e pioneiro na aplicação de técnicas estatísticas em avaliação mineira. (Yamamoto e Landim, 2013, p.55)

Nos modelos estocásticos, os valores coletados são interpretados como provenientes de processos aleatórios e são capazes de quantificar a incerteza associada ao estimador. Os modelos geoestatísticos pertencem a essa categoria.

Interpolação, conforme Landim (2000), é procedimento matemático de ajuste de uma função a pontos não amostrados, baseando-se em valores obtidos em pontos amostrados. São diversos os métodos de interpolação, dentre os quais se destacam:

- polinômios;
- equações multiquádricas;
- funções globais: consideram todos os pontos da área; permite interpolar o valor da função em qualquer ponto dentro do domínio dos dados originais; a adição ou remoção de um valor terá consequências no domínio de definição da função;
- funções locais: definidas para porções do mapa; alteração de um valor afetará localmente os pontos próximos ao mesmo;
- triangulação: conecta pontos amostrados através de triângulos e interpola os valores entre eles; são considerados métodos de estimação diretos, pois os contornos derivam do padrão original dos dados; não permite a extrapolação, as estimativas limitam-se estritamente à área amostrada;
- reticulação (*gridding*): estabelece uma grade regular (*grid*) sobre a área estudada e calcula os valores nos nós do reticulado com base nos valores dos pontos já amostrados; são considerados métodos de estimação indiretos, uma vez que os contornos são construídos a partir dos dados estimados para os nós da grade e não a partir dos dados originais; permite tanto a interpolação quanto a extrapolação de valores;
- superfície de tendência: método pelo qual uma superfície contínua é ajustada, por critérios de regressão por mínimos quadrados, aos valores de Z_i como uma função linear das coordenadas X-Y dos pontos amostrados e irregularmente distribuídos;

Mazzini e Schettini (2009) abordam, ainda, os seguintes métodos de interpolação:

- Vizinho natural: não extrapola valores, resolvendo a interpolação somente para o interior do domínio dos dados. Esta técnica utiliza polígonos Thiessen para avaliação de pesos para os pontos. Este método faz a interpolação através da média ponderada dos pontos vizinhos, onde os pesos são proporcionais às áreas proporcionais.
- Vizinho mais próximo: este método atribui o valor do ponto mais próximo para cada nó. Muito eficiente se os pontos estão espaçados regularmente e precisam ser convertidos em arquivos de malha regular. Mostra-se útil para o preenchimento de lacunas nos dados.

No presente estudo, serão objeto de comparação com o interpolador ora proposto — o Vizinho Projetado —, os métodos Inverso do Quadrado da Distância

(IQD) e krigagem, cujas características, segundo Landim (2000), são as descritas a seguir.

1.1 Inverso do Quadrado da Distância (IQD)

- É o mais utilizado dentre os métodos de distância ponderada;
- método utilizado para interpolação e geração de MDTs (modelos digitais de terreno);
- O peso dado durante a interpolação é tal que a influência de um ponto amostrado em relação a outro diminui conforme aumenta a distância ao nó da grade a ser estimado;
- Pontos amostrados de localização próxima ao nó a ser estimado recebem peso maior que os pontos amostrados de localização mais distante;
- Ao calcular o valor de um nó, a soma de todos os pesos dados aos pontos amostrados vizinhos é igual a 1,0, ou seja, é atribuído um peso proporcional à contribuição de cada ponto vizinho;
- Quando a posição de uma observação coincide com um nó, seu valor recebe peso 1,0, enquanto todos os valores vizinhos recebem peso 0,0; o resultado será o nó recebendo o valor exato da observação ali situada.

1.2 Krigagem:

- É um processo geoestatístico de estimativa de valores de variáveis distribuídas no espaço e/ou tempo, com base em valores adjacentes quando considerados interdependentes pela análise variográfica. Pode ser comparado com os métodos tradicionais de estimativa por médias ponderadas ou por médias móveis, mas a diferença fundamental é que somente a krigagem apresenta estimativas não tendenciosas e a mínima variância associada ao valor estimado.
- Método geoestatístico que leva em consideração as características espaciais de autocorrelação de variáveis regionalizadas;
- Nas variáveis regionalizadas deve existir uma certa continuidade espacial, o que permite que os dados obtidos por amostragem de certos pontos possam ser usados para parametrizar a estimação de pontos onde o valor da variável seja desconhecido;
- Ao ser constatado que a variável não possui continuidade espacial na área estudada, não há sentido lógico em estimar/interpolar usando-se a krigagem

Yamamoto e Landim (2013) admitem que “Na impossibilidade de obtenção de um modelo de correlação espacial, métodos de interpolação não estocásticos, que não necessitam do variograma, podem ser considerados”. A krigagem ordinária é um método local de estimativa e, dessa forma, a estimativa em um ponto não amostrado resulta da combinação linear dos valores encontrados na vizinhança próxima.

No caso da estimativa por krigagem, as distâncias são baseadas na análise variográfica e, além desse relacionamento entre pontos estimadores e o ponto a ser

estimado, há o relacionamento entre os pontos estimadores que vão fornecer informações sobre o agrupamento presente.

O sistema de krigagem leva em consideração, portanto, tanto a distância entre as amostras como o seu agrupamento.

O processo de krigagem ordinária é resolvido a partir da dedução dos pesos que incidirão sobre os dados próximos ao ponto a ser estimado. Em linguagem matricial, tem-se o seguinte:

$$[A] \times [\lambda] = [b], \text{ onde}$$

$[A]$ é a matriz de covariâncias das distâncias entre os pontos amostrados;

$[b]$ é a matriz de covariâncias das distâncias dos pontos amostrados ao ponto a ser estimado; e

$[\lambda]$ é a matriz dos pesos que incidirão sobre os valores dos pontos amostrados, a fim de quantificar o valor do ponto estimado. O somatório dos pesos é, portanto, igual a 1.

A resolução desse sistema de matrizes, isolando a matriz de interesse $[\lambda]$, é:

$$[\lambda] = [b] \times [A]^{-1}.$$

2. Interpolação por Vizinho Projetado

O interpolador proposto no presente artigo é do tipo local, pois se vale dos pontos próximos ao ponto a ser estimado, faz uso da triangulação e é classificado como determinístico, pois utiliza critérios puramente geométricos, não fornecendo medidas de sua incerteza. O que o diferencia dos demais interpoladores com essas características é a forma como se dá a mensuração do ponto estimado, ao não utilizar pesos.

Considerando o arranjo abaixo, a partir de 3 dados de mercado, X1, X2 e X3, busca-se saber o valor referente ao ponto “X0”:

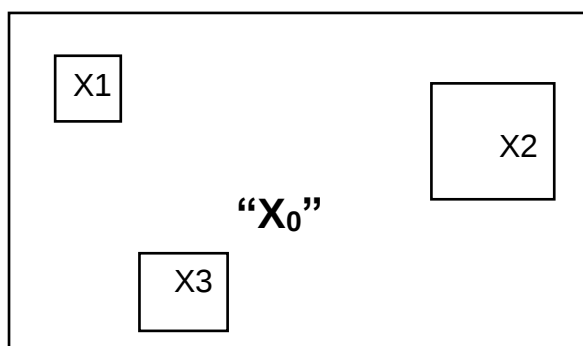


Figura 2 – arranjo conceitual

Inicialmente, lançando-se mão da 1ª Lei da Geografia, de Tobler — princípio norteador de todos os métodos de interpolação —, aceita-se que unidades de análise

mais próximas entre si são mais parecidas do que unidades mais afastadas². Esse princípio é verificado no mercado imobiliário, onde unidades de padrões construtivos semelhantes são construídos, em média, uns próximos dos outros. Dessa forma, espera-se que próximo a X3 existam dados semelhantes a X3 (em área, padrão construtivo, preço unitário, etc.), assim como próximo a X2 os dados próximos lhe sejam igualmente parecidos.

Nessa linha de raciocínio, espera-se que exista entre X2 e X3 uma gradação de dados proporcionais às distâncias aos dados originais, conforme arranjo a seguir.

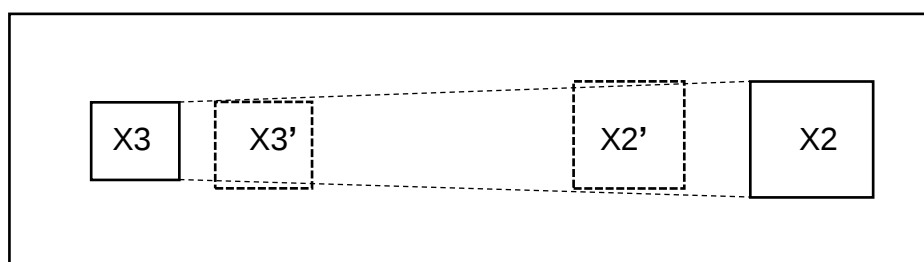


Figura 3 – Vizinhos esperados

Na figura acima, X3' é ligeiramente maior que X3 (dada a influência de X2 sobre X3) e X2' é ligeiramente menor que X2 (dada a influência de X3 sobre X2).

Voltando à Figura 1, aceita-se que há uma área, com ou sem dado amostral, que obedece à 1ª lei da geografia acima referida, localizada na interseção formada pelo segmento que une os centroides de X2 e X3 e pelo segmento que, partindo do centro de X1 passa por X0:

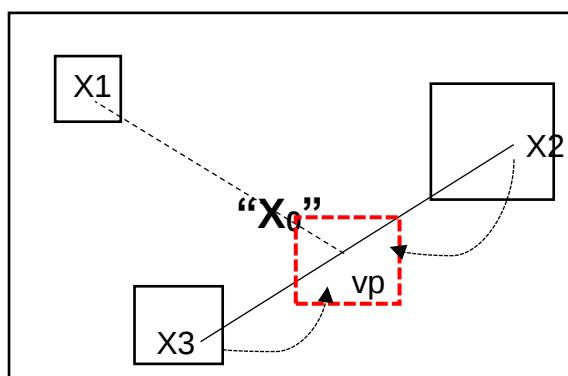


Figura 4 – localização do “vizinho projetado”

² Outra forma em que a 1ª lei da geografia, de Waldo Tobler, é expressa: "Todas as coisas estão relacionadas com todas as outras, mas coisas próximas estão mais relacionadas do que coisas distantes"

A área (ou unidade) “vp”, conforme concebido, é o vizinho projetado que, ao reunir as informações de valor advindas de X2 e X3, servirá para estimar X0, que será obtido ao se aplicar, uma vez mais, a citada 1ª lei da geografia, dessa vez em linha direta com X1.

X1 e vp conduzirão ao ponto X0 as suas informações de valor, possibilitando assim a estimação de X0 a partir da *Interpolação por Vizinho Projetado*.

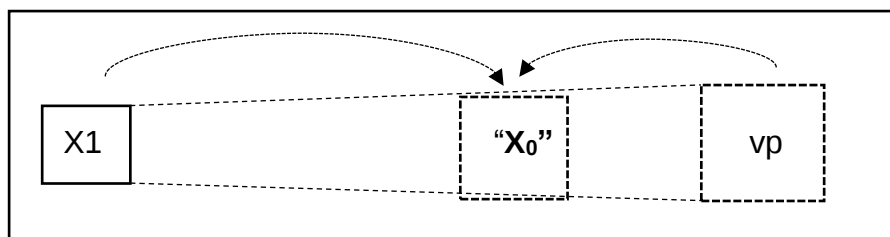


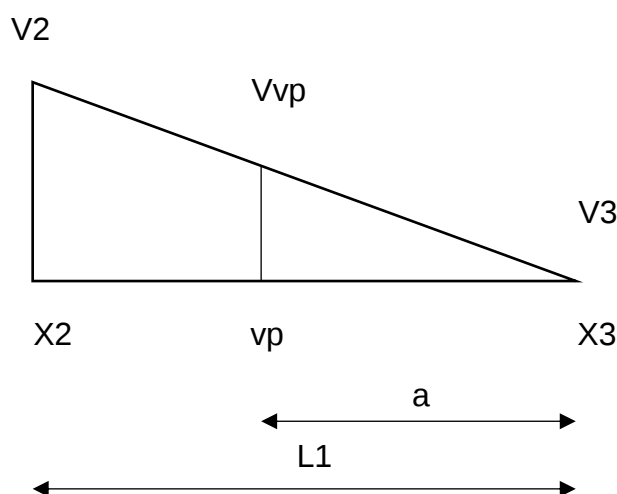
Figura 5 – Estimação de X0 por Vizinho Projetado

Como visto em Dantas, Sá e Portugal (2005), a estimação espacial pode ser aplicada a um amplo espectro de variáveis, econômicas ou de outro tipo, cujo valores dependem essencialmente do lugar no espaço onde se encontrem os dados. Nesse aspecto, pode ser estimado no ponto X0 não apenas o preço unitário do dado de mercado, como é usual, mas a área, o padrão construtivo, nº vagas de garagem, nº de dormitórios, etc.

2.1 Fórmulas

A formulação do Vizinho Projetado é extremamente simples, uma vez que se ampara na semelhança de triângulos para obtenção dos valores interpolados.

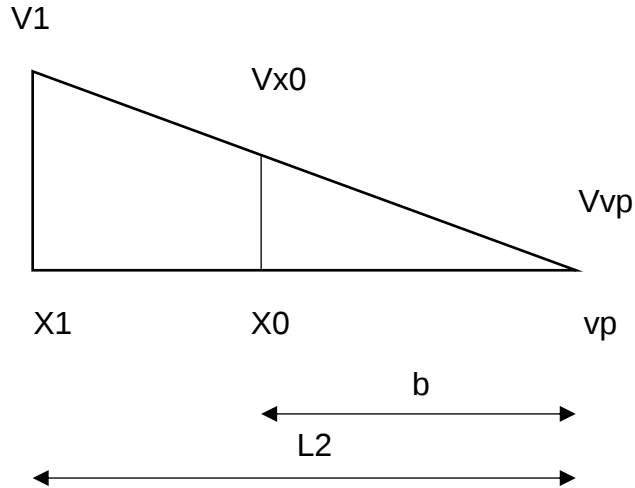
Seja o triângulo abaixo a representação de X2 e X3, e V2 e V3 os seus valores:



O valor “Vvp” é dado pela seguinte equação:

$$V_{vp} = V_3 + (a/L_1)x(V_2 - V_3) \quad (1)$$

Por sua vez, o arranjo representativo da estimação de X_0 tem o seguinte aspecto:



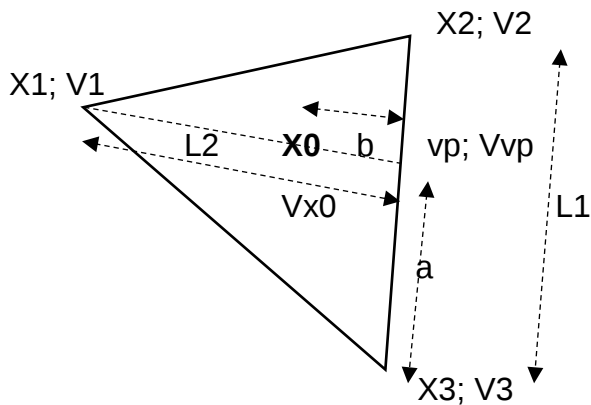
Onde “ V_{x0} ” é dado pela equação a seguir.

$$V_{x0} = V_{vp} + (b/L_2)x(V_1 - V_{vp}) \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2) vem:

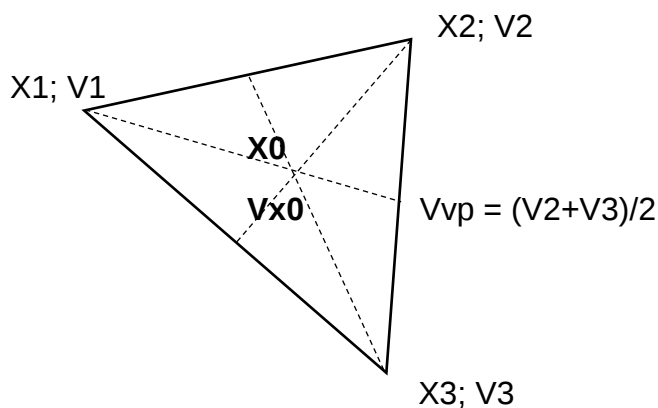
$$V_{x0} = V_3 + \frac{a}{L_1}x(V_2 - V_3) + \left(\frac{b}{L_1 \times L_2}\right)x[L_1(V_1 - V_3) - a(V_2 - V_3)] \quad (3)$$

Que é a fórmula geral do interpolador Vizinho Projetado, dependente apenas dos valores dos dados amostrados V_{x1} , V_{x2} e V_{x3} , para V = área, preço unitário, padrão construtivo, etc., e da posição espacial dentro da triangulação, dada por “ L_1 ”, “ L_2 ”, “ a ” e “ b ”.

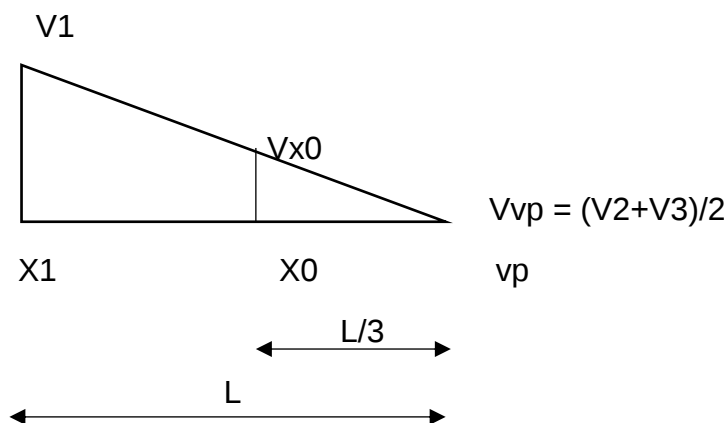


O interpolador proposto não utiliza, portanto, o sistema de “pesos” aplicados nos dados amostrados, como forma de obtenção do valor buscado, mas sim a proporcionalidade admitida entre a informação de valor sob análise constante nos dados.

Para o caso específico da localização de X_0 coincidir com o baricentro do triângulo, o arranjo geométrico tem o seguinte aspecto:



Estando X_0 a $1/3$ de “vp”, a resolução de V_{x0} dá-se com as semelhanças dos triângulos abaixo:



Resolvendo-se as proporcionalidades, chega-se ao seguinte valor de V_{x0} :

$$V_{x0} = (V_1 + V_2 + V_3)/3 \quad (4)$$

3. Estudo de caso

3.1 Arranjo controlado

Para aplicação do interpolador proposto, fez-se uso de um arranjo controlado, simulando uma amostra constituída por 24 lotes de terreno, conforme figura a seguir.

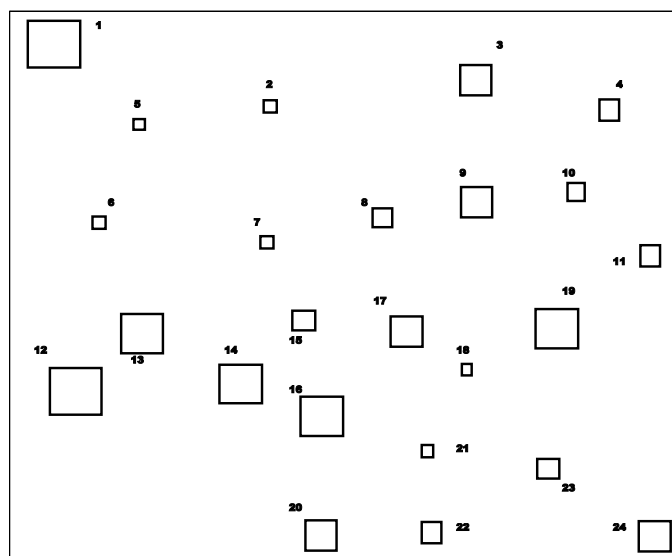


Figura 6 – Amostra (24 dados)

As informações da amostra constam na tabela a seguir.

#	X	Y	VU	Área	Valor total
1	4,0	53,0	1.000,00	2.500,00	2.500.000,00
2	22,0	47,0	800,00	100,00	80.000,00
3	39,0	50,0	388,89	900,00	350.000,00
4	50,0	47,0	450,00	400,00	180.000,00
5	11,0	45,0	1.000,00	100,00	100.000,00
6	8,0	35,0	1.000,00	100,00	100.000,00
7	21,0	33,0	700,00	100,00	70.000,00
8	31,0	36,0	300,00	400,00	120.000,00
9	39,0	37,0	277,78	900,00	250.000,00
10	47,0	38,0	300,00	400,00	120.000,00
11	53,0	32,0	275,00	400,00	110.000,00
12	5,0	18,0	280,00	2.500,00	700.000,00
13	11,0	24,0	312,50	1.600,00	500.000,00
14	19,0	19,0	200,00	1.600,00	320.000,00
15	24,0	25,0	200,00	400,00	80.000,00
16	26,0	16,0	156,25	1.600,00	250.000,00
17	33,0	24,0	200,00	900,00	180.000,00
18	38,0	20,0	300,00	100,00	30.000,00
19	46,0	25,0	200,00	1.600,00	320.000,00
20	26,0	3,0	144,44	900,00	130.000,00
21	35,0	12,0	150,00	100,00	15.000,00
22	35,0	3,0	125,00	400,00	50.000,00
23	45,0	9,0	125,00	400,00	50.000,00
24	54,0	2,0	111,11	900,00	100.000,00

Tabela 1 – Características dos dados

Procedendo-se à triangulação e elegendo o baricentro do triângulo como ponto a ser interpolado, o arranjo assume a característica da figura a seguir.

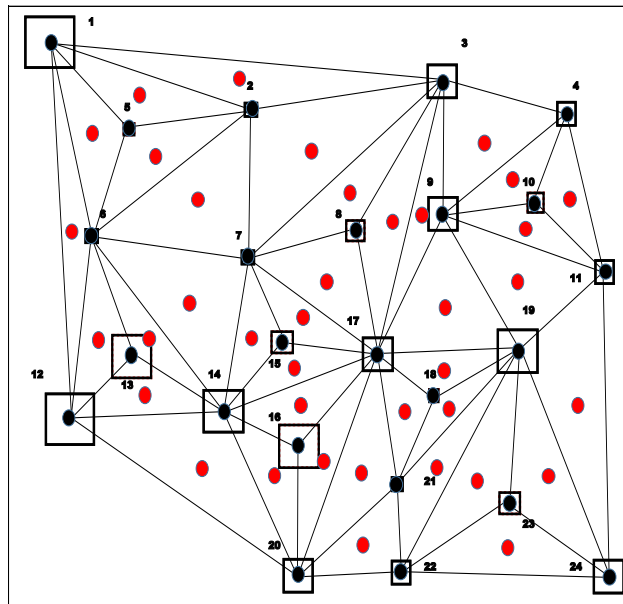


Figura 7 – Triangulação da amostra (24 dados)

Trabalhando apenas com os centroides de massa, e fazendo-se uso de um eixo de coordenadas, o arranjo assume o seguinte aspecto:

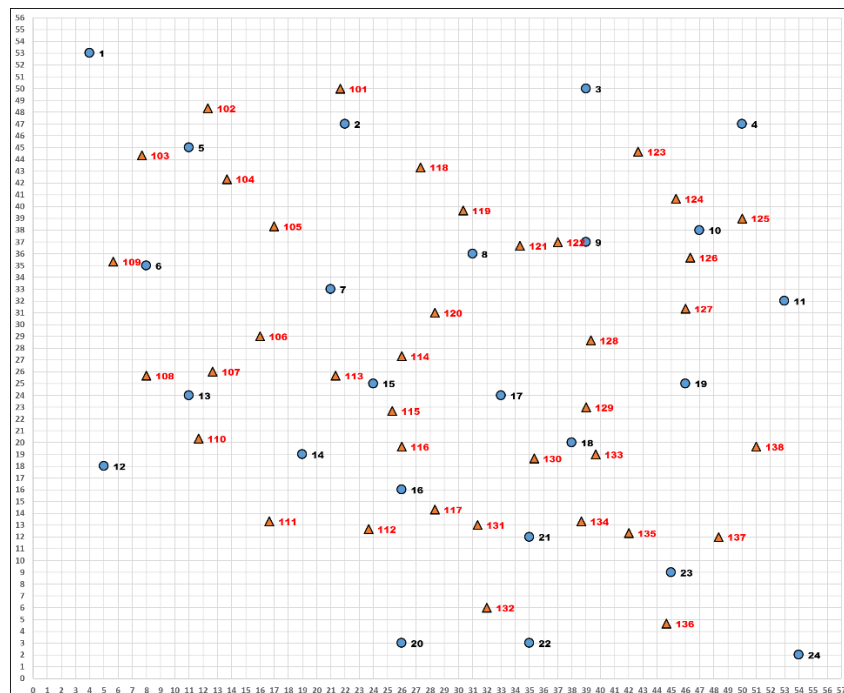


Figura 8 – Amostra - (24 dados + 38 interpolações)

3.2 Interpolações

Para cada ponto a ser estimado, foram calculados os valores utilizando os interpoladores do Inverso do Quadrado da Distância (IQD), da krigagem e do Vizinho Projetado.

a) Vizinho Projetado: conforme equação (3):

$$V_{x0} = V_3 + \frac{a}{L_1}x(V_2 - V_3) + \left(\frac{b}{L_1xL_2}\right)x[L_1(V_1 - V_3) - a(V_2 - V_3)]$$

No caso de o ponto a ser interpolado encontrar-se no baricentro do triângulo, a eq. (3) assume a forma da eq. (4):

$$V_{x0} = \frac{\sum V_i}{3}$$

b) IQD: Para o IQD fez-se uso de sua fórmula geral:

$$V_{x0} = \frac{\frac{V_1}{Dx_1^2} + \frac{V_2}{Dx_2^2} + \frac{V_3}{Dx_3^2}}{\frac{1}{Dx_1^2} + \frac{1}{Dx_2^2} + \frac{1}{Dx_3^2}}$$

Onde "Dxi" é a distância entre "X0" e Vi

c) Krigagem:

$$V_{x0} = \sum \lambda_i V_i$$

Onde λ_i são os pesos que multiplicarão cada Vi.

3.3 Cálculos

Cálculo das distâncias, com uso da planilha da figura a seguir.

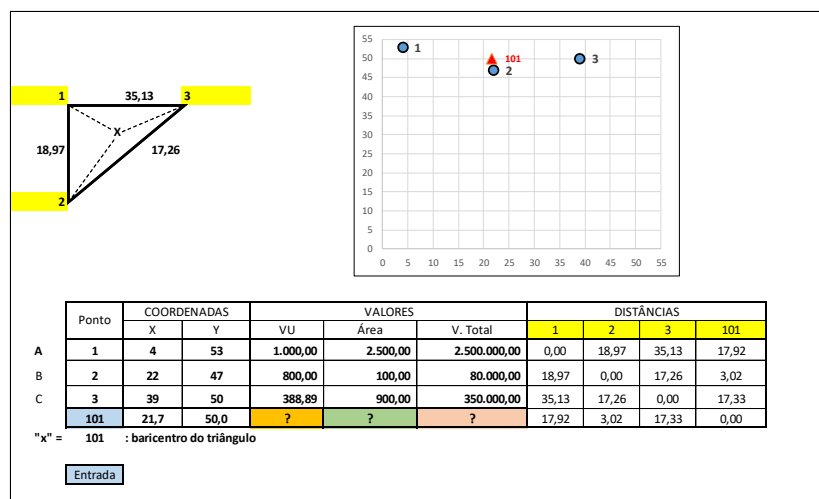


Figura 9 – Cálculo das distâncias (ponto "101")

Para proceder à krigagem, elaborou-se o variograma experimental, a fim de verificar a existência de dependência espacial, escolhendo-se a direção NO/SE da planta da Figura 6, para cálculos das covariâncias.

O variograma experimental assumiu o aspecto da figura a seguir, tendo sido ajustado ao mesmo um modelo matemático.

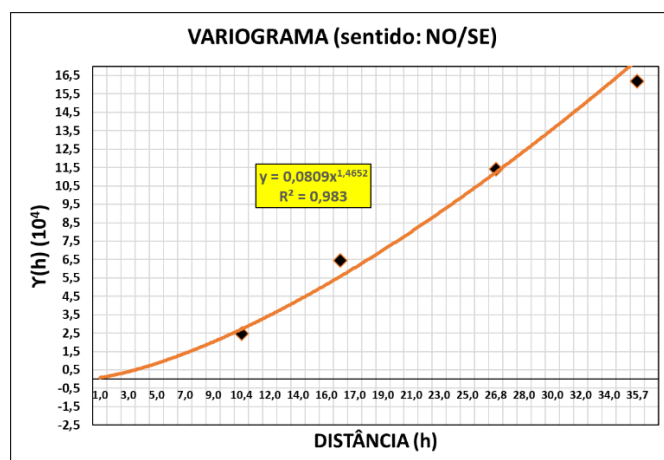


Figura 10 – Variograma experimental

Como se pode ver, o variograma resultante é do tipo sem patamar, tendo sido ajustado um modelo matemático do tipo $\gamma(h) = Ah^B$

A dependência espacial restou configurada, dada a variância constatada em relação à distância h , o que possibilitou prosseguir-se com a krigagem.

Como exemplo, o cálculo para o ponto “101” é dado conforme segue.

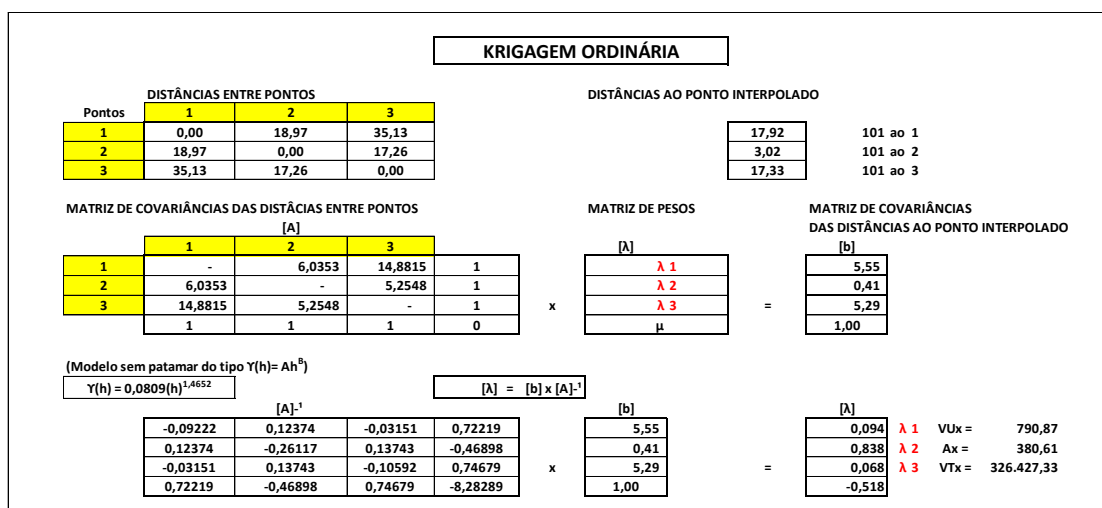


Figura 11 – Krigagem ordinária (ponto “101”)

Os cálculos estão totalizados na tabela a seguir.

INTERPOLAÇÃO													
POR VIZINHO PROJETADO							POR KRIGAGEM						
#	X	Y	VU	Área	Valor total		#	X	Y	VU	Área	Valor total	
1	1	4,0	53,0	1.000,00	2.500,00	2.500.000,00	1	1	4,0	53,0	1.000,00	2.500,00	2.500.000,00
2	2	22,0	47,0	800,00	100,00	80.000,00	2	2	22,0	47,0	800,00	100,00	80.000,00
3	3	39,0	50,0	388,89	900,00	350.000,00	3	3	39,0	50,0	388,89	900,00	350.000,00
4	4	50,0	47,0	450,00	400,00	180.000,00	4	4	50,0	47,0	450,00	400,00	180.000,00
5	5	11,0	45,0	1.000,00	100,00	100.000,00	5	5	11,0	45,0	1.000,00	100,00	100.000,00
6	6	8,0	35,0	1.000,00	100,00	100.000,00	6	6	8,0	35,0	1.000,00	100,00	100.000,00
7	7	21,0	33,0	700,00	100,00	70.000,00	7	7	21,0	33,0	700,00	100,00	70.000,00
8	8	31,0	36,0	300,00	400,00	120.000,00	8	8	31,0	36,0	300,00	400,00	120.000,00
9	9	39,0	37,0	277,78	900,00	250.000,00	9	9	39,0	37,0	277,78	900,00	250.000,00
10	10	47,0	38,0	300,00	400,00	120.000,00	10	10	47,0	38,0	300,00	400,00	120.000,00
11	11	53,0	32,0	275,00	400,00	110.000,00	11	11	53,0	32,0	275,00	400,00	110.000,00
12	12	5,0	18,0	280,00	2.500,00	700.000,00	12	12	5,0	18,0	280,00	2.500,00	700.000,00
13	13	11,0	24,0	312,50	1.600,00	500.000,00	13	13	11,0	24,0	312,50	1.600,00	500.000,00
14	14	19,0	19,0	200,00	1.600,00	320.000,00	14	14	19,0	19,0	200,00	1.600,00	320.000,00
15	15	24,0	25,0	200,00	400,00	80.000,00	15	15	24,0	25,0	200,00	400,00	80.000,00
16	16	26,0	16,0	156,25	1.600,00	250.000,00	16	16	26,0	16,0	156,25	1.600,00	250.000,00
17	17	33,0	24,0	200,00	900,00	180.000,00	17	17	33,0	24,0	200,00	900,00	180.000,00
18	18	38,0	20,0	300,00	100,00	30.000,00	18	18	38,0	20,0	300,00	100,00	30.000,00
19	19	46,0	25,0	200,00	1.600,00	320.000,00	19	19	46,0	25,0	200,00	1.600,00	320.000,00
20	20	26,0	3,0	144,44	900,00	130.000,00	20	20	26,0	3,0	144,44	900,00	130.000,00
21	21	35,0	12,0	150,00	100,00	15.000,00	21	21	35,0	12,0	150,00	100,00	15.000,00
22	22	35,0	3,0	125,00	400,00	50.000,00	22	22	35,0	3,0	125,00	400,00	50.000,00
23	23	45,0	9,0	125,00	400,00	50.000,00	23	23	45,0	9,0	125,00	400,00	50.000,00
24	24	54,0	2,0	111,11	900,00	100.000,00	24	24	54,0	2,0	111,11	900,00	100.000,00
25	101	21,7	50,0	729,63	1.166,67	976.666,67	25	101	21,7	50,0	790,87	380,61	326.427,33
26	102	12,3	48,3	933,33	900,00	893.333,33	26	102	12,3	48,3	958,12	584,19	579.997,17
27	103	7,7	44,3	1.000,00	900,00	900.000,00	27	103	7,7	44,3	1.000,00	586,08	586.076,41
28	104	13,7	42,3	933,33	100,00	93.333,33	28	104	13,7	42,3	955,25	100,00	95.525,22
29	105	17,0	38,3	833,33	100,00	83.333,33	29	105	17,0	38,3	820,25	100,00	82.024,59
30	106	16,0	29,0	633,33	600,00	163.333,33	30	106	16,0	29,0	641,14	537,19	151.551,77
31	107	12,7	26,0	504,17	1.100,00	306.666,67	31	107	12,7	26,0	410,35	1.356,88	413.445,25
32	108	8,0	25,7	530,83	1.400,00	433.333,33	32	108	8,0	25,7	465,08	1.422,78	445.229,95
33	109	5,7	35,3	760,00	1.700,00	1.100.000,00	33	109	5,7	35,3	965,69	376,09	290.321,87
34	110	11,7	20,3	264,17	1.900,00	506.666,67	34	110	11,7	20,3	274,25	1.831,58	503.642,63
35	111	16,7	13,3	208,15	1.666,67	383.333,33	35	111	16,7	13,3	204,38	1.630,21	359.600,95
36	112	23,7	12,7	166,90	1.366,67	233.333,33	36	112	23,7	12,7	161,88	1.416,65	232.527,09
37	113	21,3	25,7	366,67	700,00	156.666,67	37	113	21,3	25,7	308,27	579,10	126.648,10
38	114	26,0	27,3	366,67	466,67	110.000,00	38	114	26,0	27,3	307,76	447,04	100.184,17
39	115	25,3	22,7	200,00	966,67	193.333,33	39	115	25,3	22,7	200,00	724,96	144.991,06
40	116	26,0	19,7	185,42	1.366,67	250.000,00	40	116	26,0	19,7	177,90	1.415,39	247.712,67
41	117	28,3	14,3	166,90	1.133,33	186.666,67	41	117	28,3	14,3	159,30	1.411,11	223.234,19
42	118	27,3	43,3	629,63	366,67	166.666,67	42	118	27,3	43,3	665,19	313,69	149.621,52
43	119	30,3	39,7	462,96	466,67	180.000,00	43	119	30,3	39,7	356,53	465,67	158.914,87
44	120	28,3	31,0	400,00	466,67	123.333,33	44	120	28,3	31,0	392,07	460,39	122.958,88
45	121	34,3	36,7	296,30	733,33	216.666,67	45	121	34,3	36,7	304,75	526,85	162.329,94
46	122	37,0	37,0	288,89	900,00	260.000,00	46	122	37,0	37,0	277,34	900,00	249.604,65
47	123	42,7	44,7	372,22	733,33	260.000,00	47	123	42,7	44,7	373,63	739,34	263.968,93
48	124	45,3	40,7	342,59	566,67	183.333,33	48	124	45,3	40,7	330,42	506,66	161.794,74
49	125	50,0	39,0	341,67	400,00	136.666,67	49	125	50,0	39,0	328,88	400,00	131.550,24
50	126	46,3	35,7	284,26	566,67	160.000,00	50	126	46,3	35,7	291,52	487,38	140.878,60
51	127	46,0	31,3	250,93	966,67	226.666,67	51	127	46,0	31,3	248,77	988,68	229.315,74
52	128	39,3	28,7	225,93	1.133,33	250.000,00	52	128	39,3	28,7	225,33	1.138,35	250.464,79
53	129	39,0	23,0	233,33	866,67	176.666,67	53	129	39,0	23,0	251,35	673,49	139.832,20
54	130	35,3	18,7	216,67	366,67	75.000,00	54	130	35,3	18,7	186,65	566,16	111.896,77
55	131	31,3	13,0	164,81	633,33	108.333,33	55	131	31,3	13,0	158,16	401,39	67.550,78
56	132	32,0	6,0	139,81	466,67	65.000,00	56	132	32,0	6,0	137,97	458,34	63.127,09
57	133	39,7	19,0	216,67	600,00	121.666,67	57	133	39,7	19,0	270,86	296,32	66.350,48
58	134	38,7	13,3	158,33	700,00	128.333,33	58	134	38,7	13,3	158,51	419,73	78.419,30
59	135	42,0	12,3	150,00	800,00	140.000,00	59	135	42,0	12,3	141,35	661,62	108.865,31
60	136	44,7	4,7	120,37	566,67	66.666,67	60	136	44,7	4,7	121,71	518,38	61.838,26
61	137	48,3	12,0	145,37	966,67	156.666,67	61	137	48,3	12,0	139,25	746,98	117.774,47
62	138	51,0	19,7	195,37	966,67	176.666,67	62	138	51,0	19,7	187,94	1.211,05	225.195,44

Tabela 2 – Valores estimados calculados pelos três métodos de interpolação

3.4 Comparação dos métodos

Por se tratar de um arranjo controlado, fez-se simulações a partir da amostra original, variando-se os preços unitários ora em +15% e -10% (dado par e dado ímpar, respectivamente), e ora em -10% e +15% (dado par e dado ímpar, respectivamente), bem como variou-se as coordenadas x e y em +30% e -20% (dado par e dado ímpar, respectivamente), obtendo-se um total de quatro modelos distintos, onde aplicou-se os cálculos de interpolação descritos no item 3.3.

A comparação entre os métodos consistiu em incorporar no modelo clássico de regressão ($Y_i = b_0 + b_i X_i$) — na forma direta, sem transformação de variáveis, uma vez que se busca mensurar a contribuição de cada método e não a seleção de um modelo otimizado —, a contribuição de cada um dos métodos de interpolação, através da amostra ampliada (62 dados) e verificar o incremento ocorrido na **precisão** do modelo (estimada pelo Coeficiente de Determinação Ajustado – R^2 ajustado), bem como na sua **acurácia** (equivalente à eficiência, ora estimada pelo Erro padrão do modelo).

Para cada um dos quatro modelos, estendeu-se a comparação para duas especificações distintas: com 2 variáveis independentes (x e y) e com 4 variáveis independentes (x, y, xy e Área).

Os resultados constam nas tabelas a seguir.

MODELO ORIGINAL

Variáveis independentes: X; Y; XY; Área

Interpolador	R ²	Erro padrão do modelo
Vizinho projetado	0,9153	77,58
Krigagem	0,9027	85,93
IQD	0,8885	92,95

Variáveis independentes: X; Y

Interpolador	R ²	Erro padrão do modelo
Vizinho projetado	0,7629	129,77
Krigagem	0,7421	139,50
IQD	0,7223	146,69

MODELO "+15% -10%"

Variáveis independentes: X; Y; XY; Área

Interpolador	R ²	Erro padrão do modelo
Vizinho projetado	0,9234	74,97
Krigagem	0,9129	85,21
IQD	0,8963	95,01

Variáveis independentes: X; Y

Interpolador	R ²	Erro padrão do modelo
Vizinho projetado	0,7648	131,37
Krigagem	0,7388	147,56
IQD	0,7177	156,74

MODELO "-10% +15%"

Variáveis independentes: X; Y; XY; Área

Interpolador	R ²	Erro padrão do modelo
Vizinho projetado	0,8626	101,32
Krigagem	0,8497	109,53
IQD	0,8326	116,68

Variáveis independentes: X; Y

Interpolador	R ²	Erro padrão do modelo
Vizinho projetado	0,7283	142,50
Krigagem	0,7091	152,37
IQD	0,6871	159,52

MODELO "(X+30%; Y-20%)"

Variáveis independentes: X; Y; XY; Área

Interpolador	R ²	Erro padrão do modelo
Vizinho projetado	0,5635	168,05
Krigagem	0,5528	176,86
IQD	0,5274	188,74

Variáveis independentes: X; Y

Interpolador	R ²	Erro padrão do modelo
Vizinho projetado	0,4536	188,02
Krigagem	0,4492	196,27
IQD	0,4321	206,91

Tabela 3 – Resultados da incorporação da interpolação no modelo de regressão

Dos oito cenários acima, independente do modelo de regressão e da quantidade de variáveis adotados, o método proposto para interpolação, denominado

Vizinho projetado, proporcionou melhorias no modelo acima daquelas provocadas pelos métodos do Inverso do Quadrado da Distância e o da krigagem ordinária.

Os valores médios da Tabela 3 estão dispostos na tabela a seguir, a fim de dar uma visão geral sobre o processo de simulação envolvendo os oito cenários.

VALORES MÉDIOS

Variáveis independentes: X; Y; XY; Área

Interpolador	R ²	Erro padrão do modelo
Vizinho projetado	81,6	105,5
Krigagem	80,5	114,4
IQD	78,6	123,3

Variáveis independentes: X; Y

Interpolador	R ²	Erro padrão do modelo
Vizinho projetado	67,7	147,9
Krigagem	66,0	158,9
IQD	64,0	167,5

Tabela 4 – Resumo dos resultados da incorporação da interpolação

Os gráficos a seguir foram construídos com as informações da tabela acima.

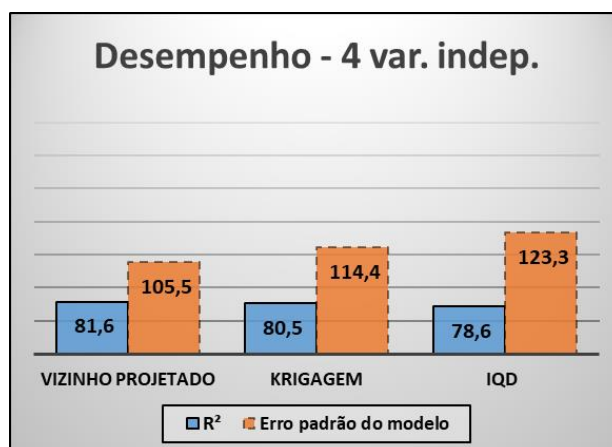


Figura 12 – Desempenho dos métodos de interpolação (4 var. indep.)

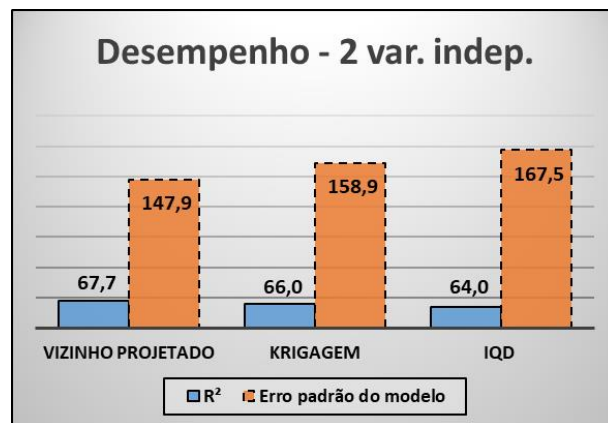


Figura 13 – Desempenho dos métodos de interpolação (2 var. indep.)

Dentre os modelos que utilizaram a interpolação, verifica-se que o método de interpolação do Vizinheiro Projetado proporcionou melhorias na precisão (R^2) e eficiência (Erro padrão) do modelo acima daquelas ocorridas quando se utilizou os métodos do Inverso do quadrado da Distância e o da krigagem ordinária.

Concebendo-se um desempenho global dos modelos como o produto entre a precisão (R^2) e a eficiência ($1/\text{Erro padrão do modelo}$), o comparativo entre os métodos pode ser observado mediante o gráfico a seguir.

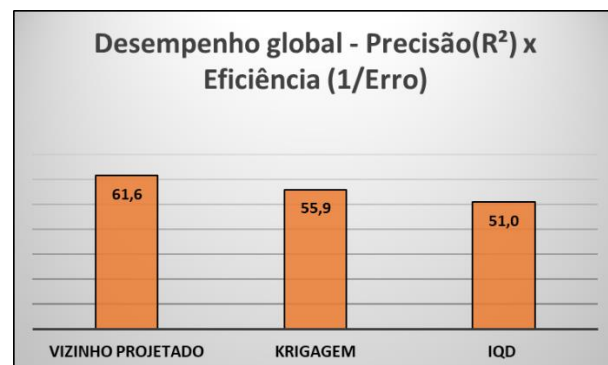


Figura 14 – Desempenho global dos métodos de interpolação

Por essa ótica, e para a simulação empreendida no presente estudo, o desempenho global do Vizinheiro projetado foi 10,1% superior ao desempenho global da krigagem e 20,8% superior ao desempenho global do Inverso do Quadrado da Distância.

A título ilustrativo, o tratamento das imagens produzidas pelos interpoladores foram as seguintes:

a) Dados originais

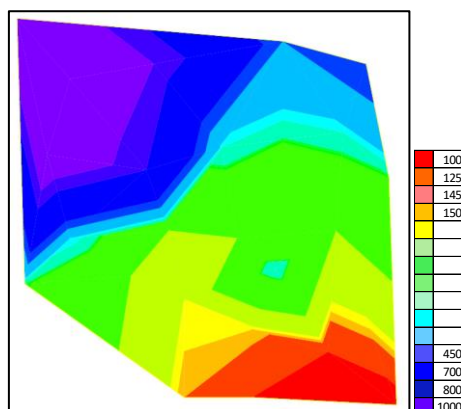


Figura 15 – Preços unitários – sem interpolação

b) Interpolação por krigagem:

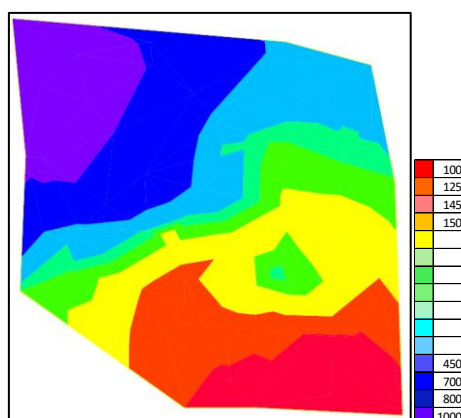


Figura 16 – Preços unitários – interpolação por krigagem

c) Interpolação pelo Vizinheiro projetado:

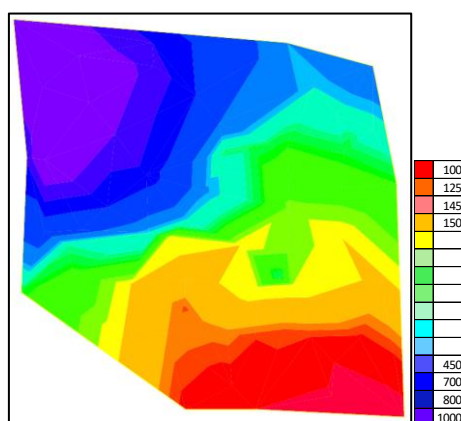


Figura 17 – Preços unitários – interpolação pelo Vizinheiro Projetado

Das imagens acima, percebe-se maior suavização das curvas de isovalores quando submetidas à interpolação, bem como uma melhor definição de zonas quando submetidas à interpolação utilizando o método proposto, a *Interpolação por Vizinho Projetado*.

CONCLUSÃO

A Norma ABNT NBR 14.653-2/2011 (item C.2.2) determina que, caso seja verificada a existência de autocorrelação espacial, proveniente de interação ou dependência espacial entre os dados, recomenda-se incorporar os efeitos de dependência espacial ao modelo clássico de regressão, com o objetivo de assegurar às estimativas as características de não tendenciosidade, eficiência e consistência.

Uma das formas de promover essa incorporação (item C.3.2.1 da norma citada) é através do emprego de métodos para determinar os pesos necessários a uma interpolação local, citando como exemplo o método da Krigagem.

O método proposto no presente estudo, denominado de Interpolação por Vizinho Projetado, é um estimador de ponto, **determinístico**, pois produz estimativa única; é um interpolador **linear**, pois trabalha com as informações de valor, real e projetada, em um mesmo segmento; é **local**, pois depende dos pontos próximos e não da totalidade dos pontos; e é **exato**, pois a estimação em um dos pontos coincide com o valor do próprio ponto, conforme comprova a eq. (3).

Em comparação com outros estimadores, como a krigagem ordinária e o Inverso do Quadrado da Distância, a precisão do *Vizinho projetado*, aferida pelo Coeficiente de Determinação ajustado – R^2 , e a sua eficiência, calculada pelo erro padrão do modelo, mostraram-se superiores à daqueles estimadores, o que valida a inclusão do estimador proposto como um dos métodos aplicáveis à avaliação espacial.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 14653-1:2019**: Avaliação de bens. Parte 1: Procedimentos gerais. 2 ed. Rio de Janeiro: ABNT, 2019. 19 p.

_____. **ABNT NBR 14653-2:2011**: Avaliação de bens. Parte 2: imóveis urbanos. 2 ed. Rio de Janeiro: ABNT, 2011. 54 p.

DANTAS, Rubens Alves; SÁ, Lucilene Antunes Correia Marques; PORTUGAL, José Luiz. ELABORAÇÃO DE PLANTAS DE VALORES SOB A ÓTICA DA INFERÊNCIA ESPACIAL. In: XII CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE AVALIAÇÕES E PERÍCIAS, 2005, Belo Horizonte. **Artigo**. Brasília: IBAPE, 2005. p. 1 - 14.

DANTAS, Rubens Alves; PORTUGAL, José Luiz; PRADO, João Freire. AVALIAÇÃO DE CIDADES POR INFERÊNCIA ESPACIAL: UM ESTUDO DE CASO PARA A CIDADE DE ARACAJU. In: XIII CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE AVALIAÇÕES E PERÍCIAS, 2006, Fortaleza. **Artigo**. Brasília: IBAPE, 2006. p. 1 - 22.

GUIMARÃES, Ednaldo Carvalho. **GEOESTATÍSTICA BÁSICA E APLICADA**. 2004. 78 f. Dissertação - Curso de Matemática, Núcleo de Estudos Estatísticos e Biométricos, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2004.

LANDIM, Paulo M. Barbosa. **Introdução aos métodos de estimação espacial para confecção de mapas**. 2000. Disponível em: <<https://www.sorocaba.unesp.br/Home/Graduacao/EngenhariaAmbiental/robertowlourenco/dicas-surfer-01.pdf>>. Acesso em: 31 jul. 2019.

MAIA, Alexandre Gori. **Econometria. Autocorrelação**: Campinas: Unicamp, 2017. 23 slides, color. Disponível em: <http://www4.eco.unicamp.br/docentes/gori/images/arquivos/Econometria/Econometria_Autocorrelacao.pdf>. Acesso em: 31 jul. 2019.

MAZZINI, P. L. F.; SCHETTINI, C. A. F.. **AVALIAÇÃO DE METODOLOGIAS DE INTERPOLAÇÃO ESPACIAL APLICADAS A DADOS HIDROGRÁFICOS COSTEIROS QUASE-SINÓTICOS**. 2009. Disponível em: <<https://siaiap32.univali.br/seer/index.php/bjast/article/viewFile/1336/1058>>. Acesso em: 31 jul. 2019.

RIBEIRO JUNIOR, Paulo Justiniano. **Fundamentos de Geoestatística**. Curitiba: UFPR, 2004. 96 p.

YAMAMOTO, Jorge Kazuo; LANDIM, Paulo M. Barbosa. **Geoestatística**: conceitos e aplicações. São Paulo: Oficina de Textos, 2013. 213 p.